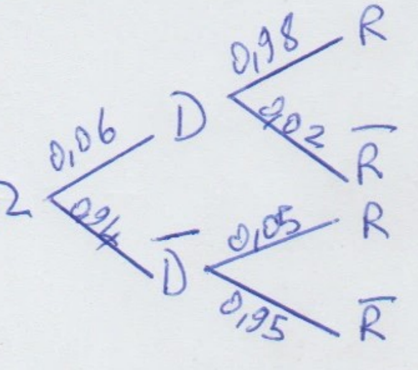
Exercice 2 : Probabilité conditionnelles
Loi Binomiales.

1) D'après l'énoncé, on obtient l'arbre suivant :



2)a) On nous demande de calculer :

$$P(D\cap\bar{R}) = P(D)\times P_D(\bar{R})$$
$$= 0{,}06\times 0{,}02$$
$$= \underline{0{,}0012}.$$

2)b) Calculons la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle :

$$P(D\cap\bar{R})+P(\bar{D}\cap R)$$
$$= P(D)\times P_D(\bar{R}) + P(\bar{D})\times P_{\bar{D}}(R)$$
$$= 0{,}06\times 0{,}02 + 0{,}94\times 0{,}05$$
$$= \underline{0{,}0482}$$

3) On nous demande de calculer $P(\bar{R})$, d'après la formule des probabilités totales,

$$P(\bar{R}) = P(D)\times P_D(\bar{R}) + P(\bar{D})\times P_{\bar{D}}(\bar{R})$$
$$= 0{,}06\times 0{,}02 + 0{,}94\times 0{,}95$$
$$= \underline{0{,}8942}.$$

4) Le lecteur MP3 est commercialisé s'il subit avec succès les 4 contrôles.
Alors la valeur de G sera :

$$G_1 = -50+120 = \underline{\underline{70€}}$$

Le lecteur MP3 est détruit s'il subit au moins deux rejets.

$$G_2 = \underline{\underline{-50€}}$$

Dans tous les autres cas, il est commercialisé sans logo :

$$G_3 = -50+60 = \underline{\underline{10€}}.$$

Or l'expérience consiste à faire 4 contrôles successif de manière indépendante. Alors la variable aléatoire X qui compte le nombre rejets suit la loi Binomiale de paramètres

$$\underline{\underline{(4\,;\,0{,}1058)}}.$$

Dès lors, si $G_1 = 70€$, il y a 0 rejets d'où :

$$P(G_1) = P(X=0) = \binom{4}{0}\times 0{,}1058^0\times 0{,}8942^4$$
$$\underline{\underline{= 0{,}6393}}$$

Si $G_2 = -50€$, il y a eu au moins 2 rejets donc $X\geq 2$.

Donc $P(G_2) = P(X \geq 2)$

$= 1 - P(X < 2)$

$= 1 - P(X \leq 1)$.

On utilise fonction BinomFRép de la calculatrice et on trouve :

$P(G_2) = 0,0581$.

Si $G_3 = 10$ €, cela correspond à toutes les autres valeurs de X. On en déduit :

$P(G_3) = 1 - (P(X=0) + P(X \geq 2))$

$P(G_3) = 1 - 0,6393 - 0,0581$.

$P(G_3) = 0,3026$.

On en déduit la loi de probabilité de la variable G :

$G = k$	-50	10	70
$P(G=k)$	0,0581	0,3026	0,6393

3) Calculons E(G) :

$E(G) = -50 \times 0,0581 + 10 \times 0,3026 + 70 \times 0,6393$

$E(G) = 44,87$ €

En moyenne, l'entreprise gagne 44,87€ par mP3 vendu.