Correction du 93 :

1) Déterminons les coordonnées des points de la figure :

$A(0;1)$ $B(0;0)$ $C(1;0)$

$I(0;\frac{2}{5})$ $J(\frac{5}{2};0)$

De plus, $\vec{BK} = \vec{BC} + \vec{CK}$

$= \vec{BC} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

$= \vec{BC} + \frac{2}{3}(\vec{AB}+\vec{BC})$.

$= \vec{BC} + \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC}$.

$= \frac{5}{3}\vec{BC} - \frac{2}{3}\vec{BA}$.

Donc les coordonnées de K sont : $(\frac{5}{3};-\frac{2}{3})$.

2) Calculons les coordonnées des vecteurs suivants :

$\vec{AJ}\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{IC}\begin{pmatrix}1\\-\frac{2}{5}\end{pmatrix}$

$\vec{BK}\begin{pmatrix}\frac{5}{3}\\-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$

Vérifions si $\vec{AJ}$ et $\vec{IC}$ sont colinéaires

$\frac{5}{2}\times(-\frac{2}{5}) - (-1)\times 1 = 0$.

Donc $(AJ)\parallel(IC)$

Vérifions si $\vec{IC}$ et $\vec{BK}$ sont colinéaires :

$1\times(-\frac{2}{3}) - \frac{5}{3}\times(-\frac{2}{5}) = 0$.

Finalement $(IC)\parallel(BK)$

Alors les 3 droites sont bien parallèles : $(AJ)\parallel(IC)\parallel(BK)$.

Correction du 101 pour $x = -1$.

1) $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB} - \vec{AC}$.

et $\vec{AF} = -\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

2)a) Soit $x \in \mathbb{R}\setminus\{\frac{1}{3}\}$.

$\vec{AE} = \vec{AF} + \vec{FE} = \frac{1}{3}\vec{AB} + x\vec{AC}$

$\vec{FE} = \frac{1}{3}\vec{AB} + x\vec{AC} - \vec{AF}$

$\vec{FE} = \frac{1}{3}\vec{AB} + x\vec{AC} - x\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$.

$\vec{FE} = \frac{1}{3}(\vec{CA}+\vec{AB}) + x(\vec{BA}+\vec{AC})$

$\vec{FE} = \frac{1}{3}\vec{CB} + x\vec{BC}$.

$\vec{FE} = \frac{1}{3}\vec{CB} - x\vec{CB} = (\frac{1}{3} - x)\vec{CB}$

Finalement $\vec{FE}$ et $\vec{CB}$ sont colinéaires.

Donc $(EF) \parallel (BC)$.

b) Dans le repère $(A;B;C)$, on a:

$E\left(\frac{1}{3};x\right)$ $F\left(x;\frac{1}{3}\right)$.

$B(1;0)$ $C(0;1)$.

$$\vec{EF}\begin{pmatrix} x-\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3}-x \end{pmatrix} \quad \vec{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On a $1\times\left(x-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{3}-x\right)\times(-1)$.

$$x-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-x=0.$$

Donc $\vec{EF}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires.

Donc $(EF) \parallel (BC)$.

3) a) On a $E=F$ si et seulement si E et F ont les mêmes coordonnées.

On a donc:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Finalement $x=\frac{1}{3}$.

b) Le quadrilatère BCFE est un parallélogramme ssi

$\vec{EF}=\vec{BC}$.

$$\begin{cases} x-\frac{1}{3}=-1. \\ \frac{1}{3}-x=1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-1+\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}. \\ x=-1+\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Finalement $x=-\frac{2}{3}$.

Exercice 102 :

1) On a $y=\frac{2}{3}x+2$. Le coefficient directeur est $\frac{2}{3}$ et un vecteur directeur est: $\vec{u}\left(1;\frac{2}{3}\right)$.

2) $\frac{2}{3}\times 3+2=2+2=4$.

Donc $A(3;4)\in d$. et

$\frac{2}{3}\times(-3)+2=-2+2=0$.

Donc $B(-3;0)\in d$.

4) Vérifions si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires :

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\ \frac{2}{3}\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\ -4\end{pmatrix}$

$1\times(-4) - \frac{2}{3}\times(-6) = 0$

Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant colinéaires, et Δ sont colinéaires.

5.a) $I\left(\frac{3+2}{2} ; \frac{4-1}{2}\right)$

$I\left(\frac{5}{2} ; \frac{3}{2}\right)$

b) On a d'après l'énoncé :

$\frac{x_E + (-3)}{2} = \frac{5}{2}$

$\frac{y_E + 0}{2} = \frac{3}{2}$.

d'où $\begin{cases} x_E = \frac{5}{2}\times 2 + 3 = 8. \\ y_E = \frac{3}{2}\times 2 = 3. \end{cases}$

$E(8;3)$.

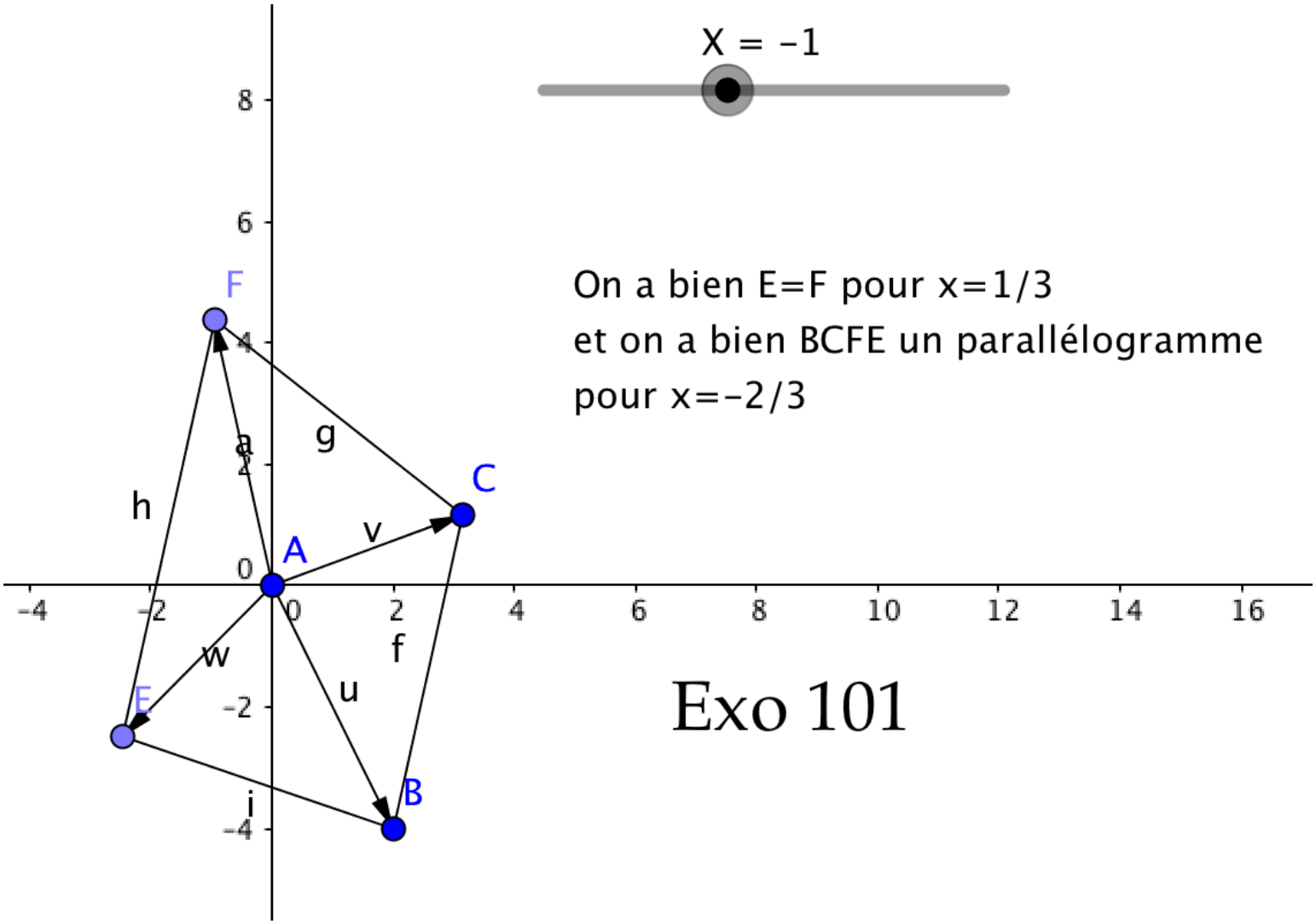
6) On a $\vec{BD}\begin{pmatrix}2+3\\ -1\end{pmatrix}$

$\vec{BD}\begin{pmatrix}5\\ -1\end{pmatrix}$.

et $\vec{AE}\begin{pmatrix}8-3\\ 3-4\end{pmatrix}$

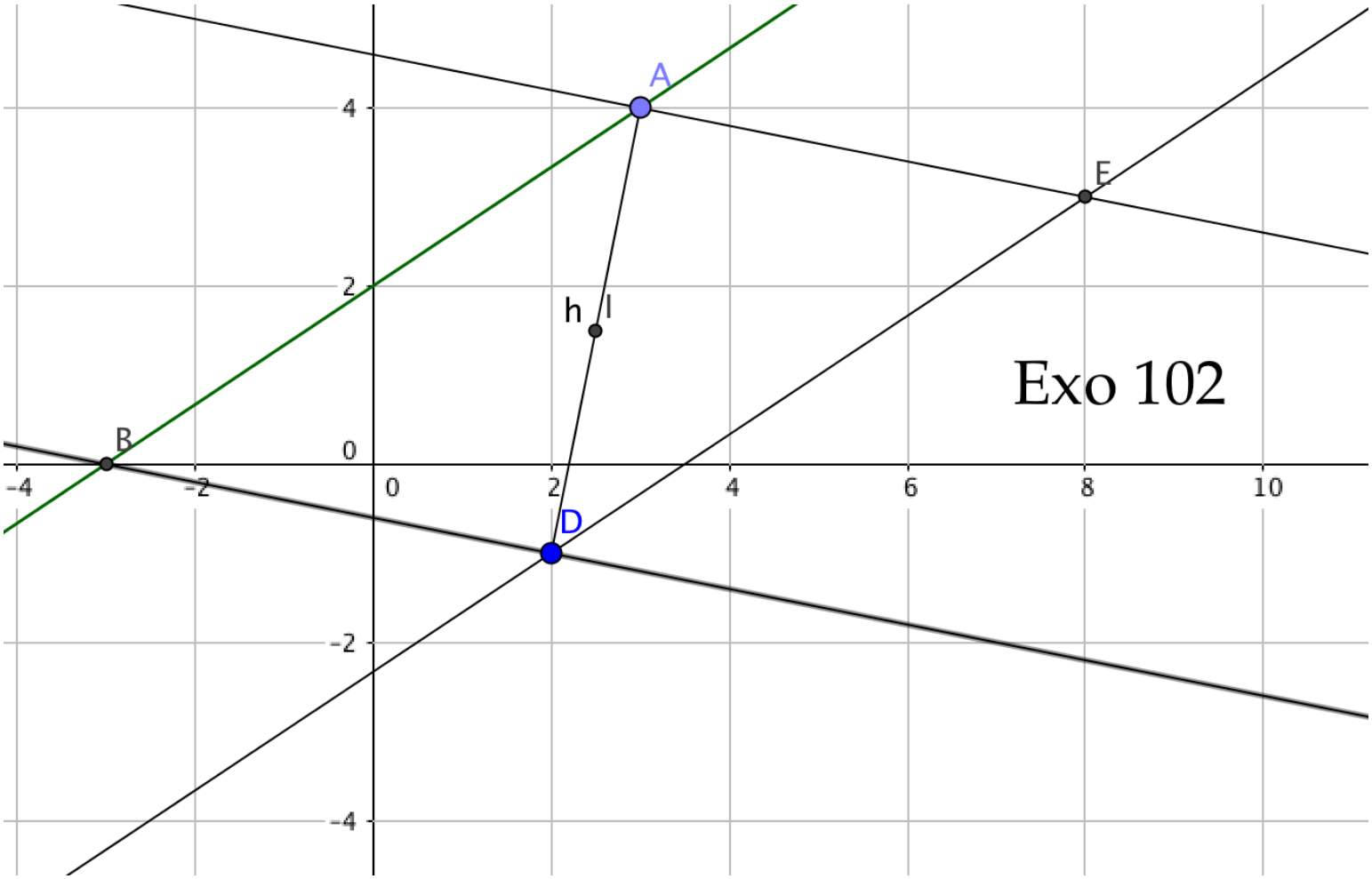
$\vec{AE}\begin{pmatrix}5\\ -1\end{pmatrix}$

D'où $\vec{BD} = \vec{AE}$ donc les droites (AE) et (BD) sont parallèles.



On a bien E=F pour x=1/3
et on a bien BCFE un parallélogramme
pour x=-2/3

Exo 101


A
E
h
I
B
D
Exo 102
4
2
0
-2
-4
-4
-2
0
2
4
6
8
10