

Exercice n° 86:

1) a) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a  $V_n = a_n - 0,8$

donc  $V_{n+1} = a_{n+1} - 0,8$

$$V_{n+1} = 0,5a_n + 0,4 - 0,8$$

$$V_{n+1} = 0,5a_n - 0,4$$

$$V_{n+1} = 0,5(a_n - 0,8).$$

$$\boxed{V_{n+1} = 0,5 \times V_n.}$$

Donc  $(V_n)$  est géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

b)  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$  et de premier terme

$$V_1 = a_1 - 0,8$$

$$V_1 = 0,1 - 0,8 = -0,7.$$

Donc pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on a:  $\boxed{V_n = -0,7 \times 0,5^{n-1}}$

Or  $V_n = a_n - 0,8$  d'où  $a_n = V_n + 0,8.$

Ainsi:

$$\boxed{a_n = -0,7 \times 0,5^{n-1} + 0,8.}$$

c) La suite  $(V_n)$  est géométrique de raison  $0,5$ . Donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} -0,7 \times 0,5^{n-1} = 0.$

car  $-1 < 0,5 < 1.$

On en déduit que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0,8.$

d) Au long terme, la probabilité que Morgane demande un avis tend vers 0,8.

2) a)

m	1	2	3	4	
a	0,1	0,45	0,625	0,7125	
$a \leq L$	V	V	V	F	

b) D'après le tableau, l'affichage obtenu est :  $m=4$ .

3) D'après la calculatrice, on trouve  $m=8$  semaines.