

Partie A:

$$1) \text{ Soit } n \in \mathbb{N}, \quad v_{m+1} = u_{m+1} + \lambda = 3u_m + 8 + \lambda \\ = 3\left(u_m + \frac{8+\lambda}{3}\right)$$

$$\text{Or } (u_m) \text{ est géométrique} \Leftrightarrow \frac{8+\lambda}{3} = \lambda$$

$$\Leftrightarrow 8 + \lambda = 3\lambda$$

$$\Leftrightarrow 8 = 2\lambda$$

$$\Leftrightarrow \lambda = 4$$

$$\text{D'où } v_m = u_m + 4$$

2) (v_m) est géométrique de raison 3 et de premier terme $v_0 = u_0 + 4$.

$$v_0 = 1 + 4 = 5$$

$$\text{D'où } v_m = v_0 \times 3^m$$

$$v_m = 5 \times 3^m$$

$$\text{D'où } u_m = v_m - 4 = 5 \times 3^m - 4$$

$$3) \quad u_{10} = 5 \times 3^{10} - 4 = 295241$$

Partie B:

$$1) \text{ Soit } m \in \mathbb{N}, \quad v_{m+1} = u_{m+1} + \lambda = a u_m + b + \lambda \\ = a\left(u_m + \frac{b+\lambda}{a}\right)$$

$$(v_m) \text{ est géométrique} \Leftrightarrow \frac{b+\lambda}{a} = \lambda$$

$$b + \lambda = a\lambda$$

$$b = a\lambda - \lambda$$

$$b = \lambda(a-1)$$

$$\boxed{\lambda = \frac{b}{a-1}}$$

2) (V_m) est géométrique de raison a et de premier terme

$$\begin{aligned}V_0 &= U_0 + \lambda = c + \lambda \\ &= c + \frac{b}{a-1}.\end{aligned}$$

$$\text{D'où } V_m = V_0 \times a^m = \left(c + \frac{b}{a-1}\right) \times a^m.$$

$$\text{D'où } U_m = V_m - \lambda$$

$$\Leftrightarrow U_m = \left(c + \frac{b}{a-1}\right) a^m - \frac{b}{a-1}$$

3) $a = 3$ $b = 8$ et $c = 1$.

$$\text{D'où } U_m = \left(1 + \frac{8}{2}\right) \times 3^m - \frac{8}{3-1}$$

$$U_m = 5 \times 3^m - 4$$

$$U_{10} = 5 \times 3^{10} - 4 = 295241$$