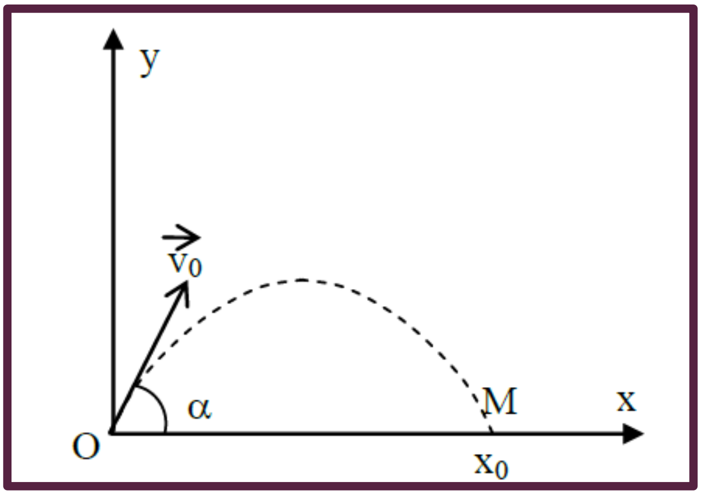
THEME 2 : COMPRENDRE-LOIS ET MODELES

Chapitre 8 : Mouvement dans un champ.



I. DEUXIEME LOI DE NEWTON

1. Enoncé de la seconde loi de Newton

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur un point matériel est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement de ce point matériel :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Remarque : la deuxième loi de Newton est la généralisation du principe d'inertie.

2. Cas d'un point matériel de masse constante

Ecrivons la deuxième loi de Newton :

$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ Or nous savons que la quantité de mouvement s'écrit : $\vec{p} = m\vec{v}$

$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{dm\vec{v}}{dt}$ Or on suppose que la masse est constante donc :

$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \frac{d\vec{v}}{dt}$ Or en cinématique on a $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ d'où :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$$

On peut donc conclure que lorsque la masse est constante, la deuxième loi de Newton s'écrit plus simplement :

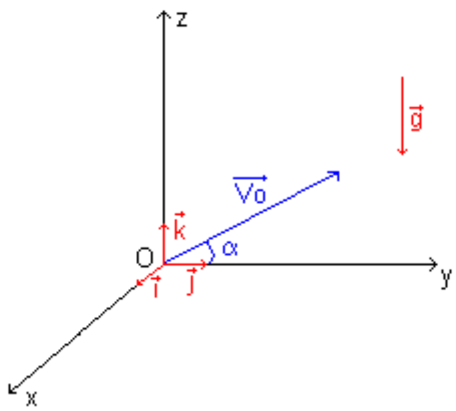
$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$$

II. MOUVEMENT DANS UN CHAMPS UNIFORME

1. Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme.

Soit un système $\{M\}$ assimilable à un point matériel lancé avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ dans le champs de pesanteur $\vec{g}$ supposé constant.

On se propose de travailler dans le référentiel terrestre supposé galiléen auquel on associe un repère cartésien de l'espace.



Bilan des forces : on considère que le système ne subit que le poids $\vec{P} = m\vec{g}$. On suppose que les actions dues à l'air comme les frottements fluides et la poussée d'Archimède sont négligeables. On dit alors que le système est en **chute libre**.

On applique ensuite la deuxième loi de Newton en considérant que la masse reste constante :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$$

Or la seule force qui s'exerce sur le système est le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ d'où :

$$m\vec{g} = m \times \vec{a}$$

En simplifiant par la masse on obtient :

$$\vec{g} = \vec{a}$$

Or les coordonnées de $\vec{g}$ sont : $\vec{g}\begin{cases} 0 \\ 0 \\ -g \end{cases}$ d'après le repère on en déduit les coordonnées de $\vec{a}\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$

Or nous savons qu'en cinématique : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ ainsi, par intégration on obtient les coordonnées du vecteur vitesse :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = C1 \\ v_y(t) = C2 \\ v_z(t) = -g \times t + C3 \end{cases}$$

En se plaçant aux conditions initiales, on a :

$$\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_x(t=0) = 0 = C1 \\ v_y(t=0) = v_0\cos(\alpha) = C2 \\ v_z(t=0) = v_0\sin(\alpha) = C3 \end{cases}$$

Explication :

D'où :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = v_0\cos(\alpha) \\ v_z(t) = -g\times t + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

Or en cinématique, nous avons établi que : $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{v}$. Par intégration, on a donc :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = C4 \\ y(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C5 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}g\times t^2 + v_0\sin(\alpha)t + C6 \end{cases}$$

Or aux conditions initiales, nous avons :

$$\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x(t=0) = 0 = C4 \\ y(t=0) = 0 = C5 \\ z(t=0) = 0 = C6 \end{cases}$$

On en déduit les équations horaires

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = v_0\cos(\alpha)\,t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}g\times t^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$$

Nous venons de démontrer que le mouvement d'un projectile dans un champs de pesanteur uniforme est plan car on a $x(t) = 0$.

Par ailleurs, en isolant t dans l'équation $y(t) = v_0\cos(\alpha)\,t$, on obtient :

$$t = \frac{y}{v_0\cos(\alpha)}$$

On substitue dans $z(t) = -\frac{1}{2}g\times t^2 + v_0\sin(\alpha)t$ et on obtient :

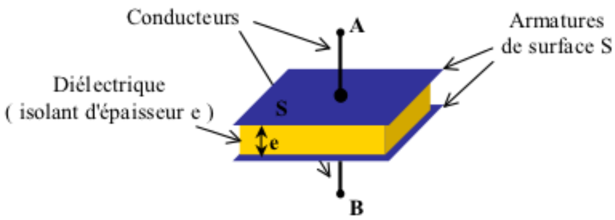
$$z = -\frac{g}{2v_0^2cos^2(\alpha)}y^2 + \frac{v_0\sin(\alpha)}{v_0\cos(\alpha)}y$$

$$\boldsymbol{z = -\frac{g}{2v_0^2cos^2(\alpha)}y^2 + tan(\alpha)\times y}$$

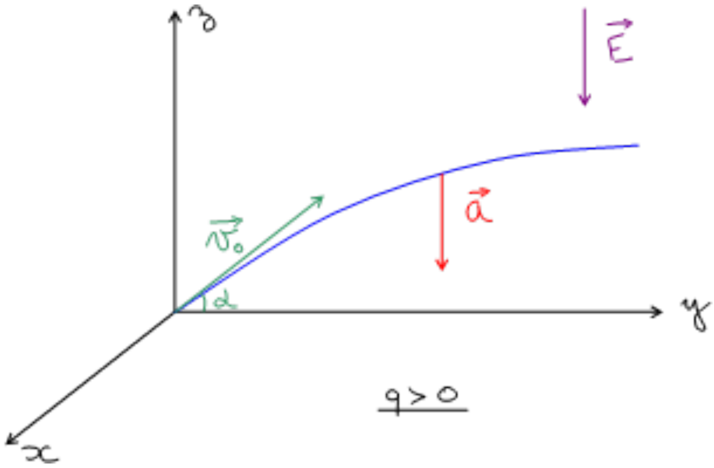
La trajectoire est donc une parabole.

2. Mouvement dans un champs électrique uniforme

Soit un système $\{M\}$ assimilable à un point matériel lancé avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ de charge q dans le champs électrique $\vec{E}$ supposé constant et engendré par un condensateur plan.



On se propose de travailler dans le référentiel terrestre supposé galiléen auquel on associe un repère cartésien de l'espace.



Bilan des forces : on considère que le système ne subit que la force électrique $\vec{f} = q\vec{E}$. On suppose que les actions dues à l'air comme les frottements fluides et la poussée d'Archimède sont négligeables ainsi que le poids.

On applique ensuite la deuxième loi de Newton en considérant que la masse reste constante :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\times\vec{a}$$

Or la seule force qui s'exerce sur le système est la force électrique $\vec{f} = q\vec{E}$ d'où :

$$q\vec{E} = m\times\vec{a}$$

En simplifiant on obtient :

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

Or les coordonnées de $\vec{E}$ sont : $\vec{E}\begin{cases} 0 \\ 0 \\ -E \end{cases}$ d'après le repère on en déduit les coordonnées de $\vec{a}\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -\frac{q}{m}E \end{cases}$

Or nous savons qu'en cinématique : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ ainsi, par intégration on obtient les coordonnées du vecteur vitesse :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = C1 \\ v_y(t) = C2 \\ v_z(t) = -\dfrac{q}{m}E\times t + C3 \end{cases}$$

En se plaçant aux conditions initiales, on a :

$$\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_x(t=0) = 0 = C1 \\ v_y(t=0) = v_0\cos(\alpha) = C2 \\ v_z(t=0) = v_0\sin(\alpha) = C3 \end{cases}$$

D'où :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = v_0\cos(\alpha) \\ v_z(t) = -\dfrac{q}{m}E\times t + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

Or en cinématique, nous avons établi que : $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{v}$. Par intégration, on a donc :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = C4 \\ y(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C5 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}\times\dfrac{q}{m}E\times t^2 + v_0\sin(\alpha)t + C6 \end{cases}$$

Or aux conditions initiales, nous avons :

$$\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x(t=0)=0=C4 \\ y(t=0)=0=C5 \\ z(t=0)=0=C6 \end{cases}$$

On en déduit les équations horaires

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t)=0 \\ y(t)=v_0\cos(\alpha)\,t \\ z(t)=-\frac{qE}{2m}\times t^2+v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$$

Nous venons de démontrer que le mouvement est d'un projectile dans un champs électrique uniforme est plan car on a $x(t)=0$.

Par ailleurs, en isolant t dans l'équation $y(t)=v_0\cos(\alpha)\,t$, on obtient :

$$t=\frac{y}{v_0\cos(\alpha)}$$

On substitue dans $z(t)=-\frac{qE}{2m}\times t^2+v_0\sin(\alpha)t$ et on obtient :

$$z(t)=-\frac{qE}{2m}\times\left(\frac{y}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2+v_0\sin(\alpha)\left(\frac{y}{v_0\cos(\alpha)}\right)$$

$$z(t)=-\frac{qE}{2mv_0^2cos^2(\alpha)}\times y^2+\tan(\alpha)y$$

La trajectoire d'une particule chargée q dans un champs électrique uniforme est donc une parabole.