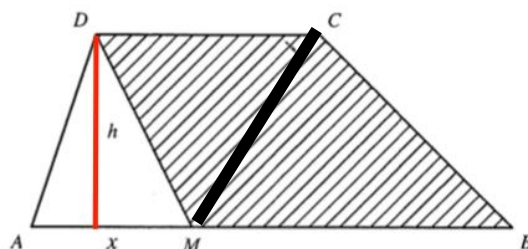


Exercice 7

$ABCD$ est un trapèze de hauteur $h = 6$ avec $AB = 15$ et $CD = 7$.



À tout point M du segment $[AB]$, on associe le réel $x = AM$.

1. On note f la fonction telle que le nombre $f(x)$ est égal à l'aire du trapèze $MBCD$.
 - a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
 - b) Justifier que $f(x) = 66 - 3x$.
 - c) Quel est le sens de variation de la fonction f ?
 - d) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 36$.
2. On note g la fonction telle que le nombre $g(x)$ est égal à l'aire du triangle MCD .
 - a) Quel est le sens de variation de la fonction g ?
 - b) Déterminer la position du point M pour que l'aire du trapèze $MBCD$ soit égale au double de l'aire du triangle MCD .

Question 1.a

Le point M appartient au segment $[AB]$. De plus la distance $AM = x$. On en déduit que x appartient à l'intervalle $[0; 15]$. Ainsi, l'ensemble de définition de la fonction f est l'intervalle $[0; 15]$.

Question 1.b

Nous savons que pour calculer l'aire d'un trapèze, on doit utiliser la formule suivante :

$$\frac{(B + b) \times h}{2}$$

Alors l'aire du trapèze $MBCD$ est égale à :

$$f(x) = \frac{(MB + CD) \times h}{2} = \frac{(15 - x + 7) \times 6}{2} = \frac{(22 - x) \times 6}{2} = (22 - x) \times 3$$
$$f(x) = 66 - 3x$$

Question 1.c

La fonction f est une fonction affine de coefficient directeur -3 qui est strictement négatif. On en déduit que la fonction f est strictement décroissante sur $[0; 15]$.

Question 1.d

Nous souhaitons résoudre l'inéquation suivante :

$$\begin{aligned}f(x) &\leq 36 \\66 - 3x &\leq 36 \\66 - 3x - 66 &\leq 36 - 66 \\-3x &\leq -30 \\ \frac{-3x}{-3} &\geq \frac{-30}{-3} \\x &\geq 10\end{aligned}$$

Or l'ensemble des valeurs possibles pour x est l'intervalle $[0; 15]$

On en déduit que l'ensemble des solutions est l'intervalle :

$$[10; 15]$$

Question 2.a

Nous savons que $g(x)$ est l'aire du triangle MCD. On a donc :

$$g(x) = \frac{B \times h}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21 \text{ cm}^2$$

Question 2.b

Nous souhaitons que l'aire du trapèze MBCD soit égale au double de l'aire du triangle MCD. Cela se traduit par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}f(x) &= 2 \times g(x) \\66 - 3x &= 2 \times 21 \\66 - 3x &= 42 \\66 - 3x - 66 &= 42 - 66 \\-3x &= -24 \\x &= -\frac{24}{-3} = 8\end{aligned}$$

On en déduit que le point M est situé à une distance de 8 du point A.