Chapitre 1 : Arithmétique.

I- Multiples et diviseurs.

1) Division euclidienne.

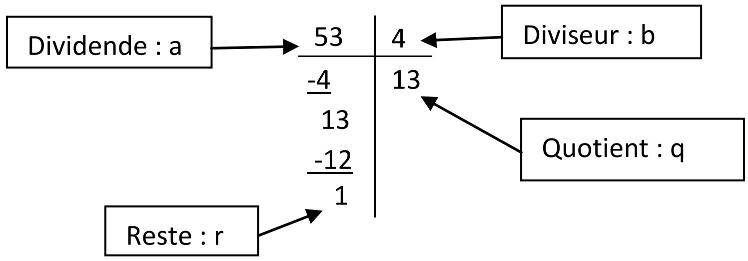
a **et** ***b*** **désignent deux nombres entiers positifs (avec b ≠ 0).**

Effectuer la division euclidienne de ***a*** **par** ***b*****, c'est déterminer les deux nombres entiers positifs** ***q*** **et** ***r*** **tels que :**

$$a = b \times q + r \text{ avec } 0 \leq r < b.$$

Dividende = diviseur × quotient + reste

Exemple : Division euclidienne de 53 par 4



On écrit l'égalité : 53 = 4×13 + 1

Application :

Effectue la division euclidienne de 752 par 6 et écris l'égalité.

2) Définitions.

On dit que ***b*** **est un diviseur de** ***a*** **si le reste de la division euclidienne de** ***a*** **par** ***b*** **est nul (égal à 0).**

On a donc : $a = b \times q$

On dit que b divise a, que a est divisible par b ou que a est un multiple de b.

Exemple :

72 = 8×9

72 est divisible par 8. 9 est un diviseur de 72.

72 est un multiple de 8. 72 est un multiple de 9.

3) Critères de divisibilité.

Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est **0 ; 2 ; 4 ; 6 et 8**.

Exemples :

- par 5, si son chiffre des unités est **0** ou **5.**

Exemples :

- par 10, si son chiffre des unités est **0.**

Exemples :

- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par **3.**

Exemples :

- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par **9**.

Exemples :

II- Nombres premiers.

1) Définition :

Définition : **Un nombre est premier s'il possède deux diviseurs uniques qui sont 1 et lui-même.**

Exemples : **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97…**

2) Diviseurs communs à deux entiers.

Tous les diviseurs de 60 sont : **1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.**

Tous les diviseurs de 100 sont : **1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 et 100.**

Les diviseurs communs à 60 et 100 sont : **1, 2, 4, 5, 10 et 20.**

Le plus grand diviseur commun des nombres 60 et 100 est **20**.

3) Nombres premiers entre eux.

Deux nombres sont premiers entre eux lorsque leur seul diviseur commun est 1.

Exemple :

Tous les diviseurs de 45 sont : **1, 3, 5, 9, 15 et 45.**

Tous les diviseurs de 32 sont : **1, 2, 4, 8, 16 et 32.**

Le seul diviseur commun de 45 et 32 est 1.

Donc 45 et 32 sont premiers entre eux.

On dit qu'une fraction est irréductible, lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Exemple : la fraction $\frac{45}{32}$ est irréductible.

III- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers.

On peut toujours décomposer un nombre non premier en produit de plusieurs facteurs premiers.

Exemples :

1) Décompose 2 520 en produit de facteurs premiers.

$2\,520 = 2 \times 1\,260$

$= 2 \times 2 \times 630$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 315$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 105$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 35$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

Ainsi, $2\,520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

2) Décompose 1 512 en produit de facteurs premiers.

$1\,512 = 2 \times 756$

$= 2 \times 2 \times 378$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 189$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 63$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 21$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$

Ainsi, **$1\,512 = 2^3 \times 3^3 \times 7$**

3) Simplifie la fraction $\frac{2520}{1512} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3^3 \times 7} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{5}{3}$

Sur le cahier d'exercices :

1) Décompose les nombres 540 et 1620 en deux produits de facteurs premiers puis simplifie la fraction $\frac{540}{1620}$.

2) Décompose les nombres 396 et 378 en deux produits de facteurs premiers puis simplifie la fraction $\frac{396}{378}$.

3) Décompose en produits de facteurs premiers le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{3960}{22950}$ puis rends-la irréductible.