EXERCICES : FONCTIONS POLYNOMES ET RATIONNELLES,

ETUDES DE VARIATIONS

EXERCICE 1

1. On considère le polynôme A défini par : $A(x) = x^2 + x - 12$.

   a. Déterminer les racines de $A(x)$.

   b. En déduire une factorisation de $A(x)$.

   c. Résoudre l'inéquation : $A(x) \geq 0$.

2. On considère le polynôme B défini par $B(x) = -x^2 - 2x - 1$.

   a. Résoudre dans IR l'équation : $B(x) = 0$.

   b. Dresser le tableau de signes de $B(x)$.

   c. Résoudre l'inéquation $B(x) < 0$.

3. Résoudre les inéquations suivantes :

   a. $-4x^2 + 3x + 1 < 0$

   b. $2x^2 - 5x + 2 \geq 0$

   c. $(x - 1)(2x^2 - 3x + 5) > 0$

EXERCICE 2

Etudier les variations de la fonction f définie sur $[-2\ ;7]$ par : $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$

EXERCICE 3

On considère la fonction f définie sur $[-5\ ;6]$ par : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 72x - 48$. On appelle C sa courbe représentative dans un repère orthogonal d'unités :

1 cm pour 1 unité en abscisse

1 cm pour 40 unités en ordonnées.

1. Etudier les variations de la fonction f.

(Dérivée, étude du signe de la dérivée, tableau de variations)

2. A l'aide du tableau de variations, déterminer :

   a. Les coordonnées des sommets de **C**.

   b. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

3. Déterminer les coefficients directeurs des tangentes T_{-4} et T_4

   aux points de **C** d'abscisses –4 et 4.

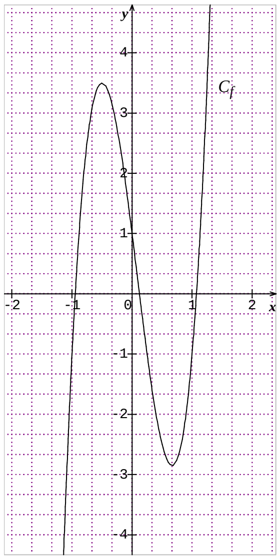
4. Donner les coordonnées du point d'intersection A entre **C** et l'axe des ordonnées.

5. Reproduire et remplir le tableau de valeurs suivant :

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$												

6. Dans le repère précisé ci-dessus, tracer les droites T_{-4} et T_4 , le point A ainsi que la courbe **C**.

EXERCICE 4



La courbe ci-contre est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction polynôme f définie sur IR par :

$$f(x) = 8x^3 - 2x^2 - 8x + 1$$

1. Calculer $f(-\frac{1}{2})$ (vous donnerez le résultat sous forme de fraction irréductible)

2. Montrer que la dérivée $f'(x)$ de la fonction f sur IR est égale à : $f'(x) = 24x^2 - 4x - 8$

3. a. Calculer le coefficient directeur de la tangente D à la courbe Cf au point d'abscisse $\frac{2}{3}$

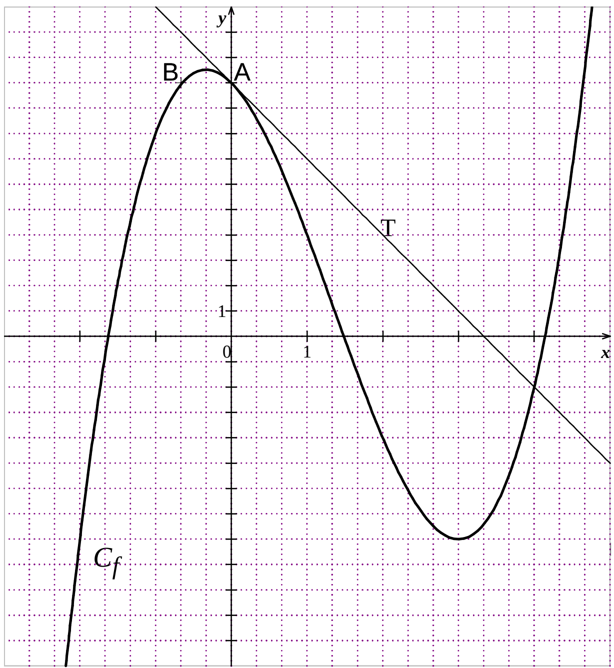
b. Tracer D sur le graphique ci-contre.

4. a. Etudier le signe de $f'(x)$ sur IR

b. En déduire le tableau des variations de f.

EXERCICE 5

Les questions de cet exercice sont indépendantes. Vous pouvez donc y répondre sans avoir traité celles qui précèdent. Les lectures graphiques de la partie I vous permettent de vérifier les résultats des calculs de la partie II.



La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction polynôme *f* définie sur IR.

La droite T est la tangente à cette courbe au point A d'abscisse 0.

I. Lectures graphiques

Les réponses dans cette partie sont à lire sur le graphique avec la précision permise par ce dernier et ne nécessitent pas de calcul.

1. Donner les coordonnées des sommets visibles de *Cf*

2. Donner l'équation de T. En déduire $f'(0)$

3. Résoudre graphiquement $f(x) = 10$

4. Dresser le tableau des variations de *f*

II. Calculs

L'expression algébrique de la fonction *f* est : $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 10$.

1. Calculer $f(-\frac{1}{3})$ (vous donnerez le résultat sous forme de fraction irréductible) et $f(3)$

2. Montrer que la dérivée $f'(x)$ de la fonction *f* sur IR est égale à : $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3$

3. a. Calculer le coefficient directeur de la tangente D à la courbe *Cf* au point B d'abscisse $-\frac{2}{3}$

b. En déduire une équation de D. Tracer D sur le graphique ci-dessus

4. a. Déterminer les tangentes à *Cf* dont le coefficient directeur est égal à -7

b. Tracer ces tangentes

5. a. Etudier le signe de $f'(x)$ sur IR

b. En déduire le tableau des variations de *f*

6. Résoudre à l'aide du calcul algébrique l'équation : $f(x) = 10$

EXERCICE 6

Soit la fonction *f* définie sur l'intervalle I = [–12 ; 12] par : $f(x) = 8\times\dfrac{2x-3}{x^2+4}$.

1. Démontrer que $f'(x) = 16\times\dfrac{-x^2+3x+4}{(x^2+4)^2}$ sur l'intervalle I.

2. En déduire le tableau des variations de *f*.

3. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative de *f* avec les axes du repère.

4. Donner par le calcul les équations des tangentes T_0 et T_6 à la courbe *Cf* aux points d'abscisses 0 et 6.

5. Dans un repère orthogonal $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ d'unités graphiques : 0,5 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée tracer la courbe représentative de *f* ainsi que les deux tangentes T_0 et T_6 .

6. Résoudre graphiquement :

   a. $f(x) \geq 1$

   b. $f(x) \leq 2$