

Asie 2010. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 (5 points) (commun à tous les candidats)

Avant le début des travaux de construction d'une autoroute, une équipe d'archéologie préventive procède à des sondages successifs en des points régulièrement espacés sur le terrain.

Lorsque le n -ième sondage donne lieu à la découverte de vestiges, il est dit positif.

L'événement : « le n -ième sondage est positif » est noté V_n , on note p_n la probabilité de l'événement V_n .

L'expérience acquise au cours de ce type d'investigation permet de prévoir que :

- si un sondage est positif, le suivant a une probabilité égale à $0,6$ d'être aussi positif ;
- si un sondage est négatif, le suivant a une probabilité égale à $0,9$ d'être aussi négatif.

On suppose que le premier sondage est positif, c'est-à-dire $p_1 = 1$.

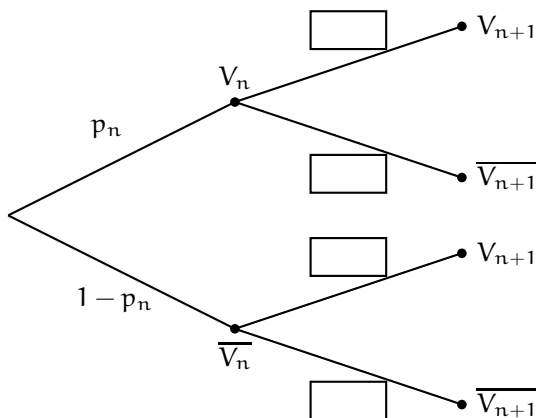
1) Calculer les probabilités des événements suivants :

- A : « les 2-ième et 3-ième sondages sont positifs » ;
- B : « les 2-ième et 3-ième sondages sont négatifs ».

2) Calculer la probabilité p_3 pour que le 3-ième sondage soit positif.

3) n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2.

Recopier et compléter l'arbre ci-dessous en fonction des données de l'énoncé :



4) Pour tout entier naturel n non nul, établir que $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,1$.

5) On note u la suite définie, pour tout entier naturel n non nul, par : $u_n = p_n - 0,2$.

- Démontrer que u est une suite géométrique. En préciser le premier terme et la raison.
- Exprimer p_n en fonction de n .
- Calculer la limite, quand n tend vers $+\infty$, de la probabilité p_n .