Défi : Montrer que la somme de $2p+1$ entiers consécutifs est toujours divisible par $2p+1$.

Soit n le premier entier de cette liste.

$$S = n + n+1 + n+2 + (\dots) + n+2p.$$

On remarque que c'est une somme de termes arithmétique :

$$S = \frac{\text{nbre de termes} \times (1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme})}{2}$$

$$S = \frac{(2p+1) \times (n + n+2p)}{2} = \frac{(2p+1) \times (2n+2p)}{2}$$

$$= \frac{\cancel{2}(2p+1)(n+p)}{\cancel{2}}$$

$$= (2p+1)(n+p).$$

donc divisible par $2p+1$.