

Soit $n \in \mathbb{N}$.

$$1) b) \quad u_{n+1} - u_n = \frac{3u_n - 4}{u_n - 1} - u_n$$

$$= \frac{3u_n - 4}{u_n - 1} - \frac{u_n(u_n - 1)}{u_n - 1} = \frac{3u_n - 4 - u_n^2 + u_n}{u_n - 1}$$

$$= \frac{-u_n^2 + 2u_n - 4}{u_n - 1} = \frac{-(u_n^2 - 2u_n + 4)}{u_n - 1} \quad \text{identité remarquable.}$$

$$= \frac{-(u_n - 2)^2}{u_n - 1}$$

Or $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 2$

d'où $u_n - 1 \geq 1 > 0$

et $\forall n \in \mathbb{N} (u_n - 2)^2 \geq 0$ car $u_n \geq 2$ et un carré est toujours ≥ 0 .

$$-(u_n - 2)^2 \leq 0$$

par quotient on a : $u_{n+1} - u_n \leq 0$ donc (u_n) est décroissante.

