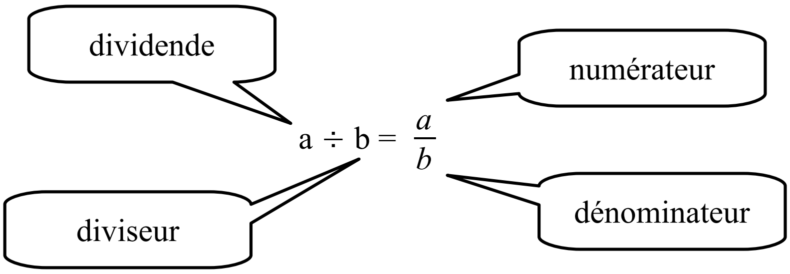
Chapitre 06 : Nombres rationnels (1ère partie)

I] <u>Vocabulaire</u> (Rappels)

Fractions et quotient

Le ***quotient*** de 3,5 par 2 est le résultat de la division de 3,5 par 2. On le note $3{,}5 \div 2 = \dfrac{3{,}5}{2} = 1{,}75$.

$\dfrac{3{,}5}{2}$ est l'***écriture fractionnaire***, 1,75 est l'***écriture décimale***.



Fractions et produit

La fraction $\dfrac{2}{9}$ est la solution de l'opération à trou : $9 \times ? = 2$.

Exemples : Le nombre qui multiplié par 7 donne 8 est $\dfrac{8}{7}$. ($7 \times \dfrac{8}{7} = 8$)

Le nombre $\dfrac{5}{6}$ est le nombre qui multiplié par 6 donne 5. ($6 \times \dfrac{5}{6} = 5$)

Fractions et proportion

Dans le mot FRACTION, 5 lettres sur les 8 sont des consonnes.

On dit que ***la proportion*** (ou ***la fréquence***) de consonnes du mot FRACTION est $\dfrac{5}{8}$.

$\dfrac{5}{8} = 5 \div 8 = 0{,}625 = \dfrac{62{,}5}{100}$ donc cette fréquence peut aussi s'exprimer par le nombre décimal 0,625 ou par le pourcentage 62,5%.

Définitions

(1) Lorsque le numérateur et le dénominateur sont des entiers, on parle de *fraction*.

(2) L'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire $\dfrac{a}{b}$ où *a* est un nombre relatif et *b* un nombre relatif non nul est appelé l'ensemble des nombres rationnels.

Exemples :

- $\dfrac{4}{5}$ est une fraction. 4 est le numérateur et 5 est le dénominateur.
- $\dfrac{6{,}5}{8}$ n'est pas une fraction, c'est une écriture fractionnaire.

Remarques : les nombres décimaux et les nombres relatifs sont des nombres rationnels.

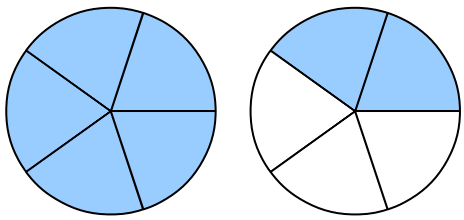
Exemple : $-2{,}35=\dfrac{-235}{100}$

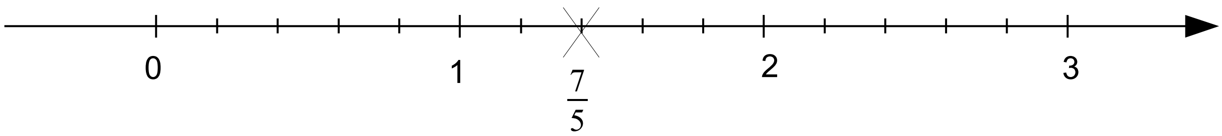
Différents sens de l'écriture fractionnaire :

La fraction $\dfrac{7}{5}$ se lit « sept cinquièmes ». Cette fraction est égale :

- à 7 fois un cinquième car $\dfrac{7}{5}=7\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{5}\times 7$
- au quotient de 7 par 5 car $\dfrac{7}{5}=7\div 5$
- au nombre qui multiplié par 5 donne 7 car $7=5\times\dfrac{7}{5}=\dfrac{7}{5}\times 5$
- au nombre $1+\dfrac{2}{5}$

On peut aussi représenter cette fraction de plusieurs façon, par exemple:





Remarque:

Lorsque le dénominateur est égal à 10, 100, 1000, … on dit que le nombre est une ***fraction décimale***, par exemple : $\dfrac{93}{100};\dfrac{6}{10}$.

II] Quotients égaux

Propriété

Un quotient ne change pas si l'on multiplie (ou divise) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples :

$\dfrac{3}{4}=\dfrac{3\times\mathbf{2}}{4\times\mathbf{2}}=\dfrac{6}{8}$ $\qquad$ $\dfrac{8}{20}=\dfrac{8\div\mathbf{4}}{20\div\mathbf{4}}=\dfrac{2}{5}$

Application 1 : *Simplifier une fraction*

Définition

Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

Exemple : $\dfrac{27}{36} = \dfrac{27 \div \mathbf{9}}{36 \div \mathbf{9}} = \dfrac{3}{4}$

Remarque : Aucun autre nombre que 1 ne divise à la fois 3 et 4, la fraction $\dfrac{3}{4}$ ne peut plus être simplifiée.

On dit que cette fraction est **irréductible**.

Application 2 : *Division par un nombre décimal*

Propriété

Pour diviser par un nombre décimal non entier, on se ramène à la division par un nombre entier en multipliant le dividende et le diviseur par 10 ou par 100 ou par 1000 ….

Exemple : Calculer 3,5 ÷ 1,4 ? $\dfrac{3{,}5}{1{,}4} = \dfrac{3{,}5 \times \mathbf{10}}{1{,}4 \times \mathbf{10}} = \dfrac{35}{14}$ $= 35 \div 14 = 2{,}5$

$$\begin{array}{rrr|l}
3 & {}^{1}5 & ,0 & 1\ \ 4 \\
\hline
{}^{1+}2 & 8 & \downarrow & 2\ ,\ 5 \\
0 & 7 & 0 & \\
 & 7 & 0 & \\
\hline
 & & \mathbf{0} &
\end{array}$$