23/11/19

$\boxed{\text{Limites de fonction.}}$

n°9.

$$\lim_{x \to -\infty} \underbrace{x}_{-\infty} + \underbrace{\sqrt{2x^2-3}}_{+\infty} \to \text{F.I.}$$

On remarque que

$$\frac{(x + \sqrt{2x^2-3})}{1} \times \frac{(x - \sqrt{2x^2-3})}{(x - 2\sqrt{2x^2-3})} \qquad (a+b)(a-b) \to a^2 - b^2$$

$$= \frac{x^2 - 2x^2 - 3}{x - 2\sqrt{2x^2-3}}$$

$$= \frac{-x^2 - 3}{x - 2\sqrt{2x^2-3}}$$

$$= \frac{x^{\cancel{2}}\left(-1 - \frac{3}{x^2}\right)}{\cancel{x}\left(1 - \frac{2\sqrt{x^2-3}}{x}\right)} = \frac{x\left(-1 - \frac{3}{x^2}\right)}{1 - \frac{2\sqrt{x^2\left(1 - \frac{3}{x^2}\right)}}{x}}$$

$$= \frac{x\left(-1 - \frac{3}{x^2}\right)}{1 - \frac{2\cancel{x}\sqrt{1 - \frac{3}{x^2}}}{\cancel{x}}} = \frac{x\left(-1 - \frac{3}{x^2}\right)}{1 - \sqrt{1 - \frac{3}{x^2}}}.$$

On $\lim\limits_{x\to-\infty} x\left(-1-\frac{3}{x^2}\right) = +\infty$. $\quad \lim\limits_{x\to-\infty} 1-\sqrt{1-\frac{3}{x^2}} = 0^+$.

Par quotient des limites, $\lim\limits_{x\to-\infty} x+\sqrt{2x^2-3} = +\infty$.

<u>n° 100 :</u> B) $g(x) = 2x^3+x^2-1$ sur $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(x^2+x+\frac{1}{x}\right) :$$

bornes.

Déterminons l'ensemble de définition de f. $\quad D_f =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.

<u>En $+\infty$</u> : $\quad \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$. $\quad \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$. et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

on a : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

<u>en $-\infty$:</u> On remarque que $f(x) = \frac{1}{3}\times x^2\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}\right)$.

D'une part : $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{3}x^2 = +\infty$

et : $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\underset{\substack{\downarrow\\1}}{1} + \underset{\substack{\downarrow\\0}}{\frac{1}{x}} + \underset{\substack{\downarrow\\0}}{\frac{1}{x^3}}\right) = 1$.

Ainsi par produit de limites, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.

* en 0, $x>0$

$$f(x)=\frac{1}{3}\left(x^2+x+\frac{1}{x}\right).$$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x^2+x=0 \qquad \lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \frac{1}{x}=+\infty$$

Par somme et produit de limites, $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$.

* en 0, $x<0$

par analogie, $\lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)=-\infty$.

2) $f(x)=\frac{1}{3}\left(x^2+x+\frac{1}{x}\right)$ $\qquad (k\times u(x))'=k\times u'(x).$

$$f'(x)=\frac{1}{3}\left(2x+1-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}\left(\frac{2x^3+x^2-1}{x^2}\right)$$

$$f'(x)=\frac{2x^3+x^2-1}{3x^2}=\frac{g(x)}{3x^2}.$$