Calcul littéral

Partie 1 : notion de variable, développer et factoriser

I) Notion de variable

1) Définition

Une expression algébrique (ou expression littérale) est une expression mathématique danslaquelle figure

Exemple :

2x + 5 est une expression algébrique (x représente un nombre variable)

L'aire d'un disque est donnée par : A = Πr^2 où r représente le rayon du disque.

L'aire du rectangle ABCD en fonction de sa longueur x et de sa largeur 5cm est

2) Simplifier des écritures

Pour simplifier les écritures des expressions algébriques, on utilise les conventions suivantes :

On peut supprimer le signe $\times$:

Devant une lettre ou entre deux lettres : $7 \times x$ s'écrit : et $x \times y$ s' écrit

Devant une parenthèse ou entre deux parenthèses : $7 \times (x+1)$ s'écrit et

$(x+2) \times (x+5) =$

$1 \times x =$ $-1 \times x =$

3) Exemples de calculs de valeurs d'expressions algébriques

$A = x^2 - 3x + 2$; calculer A pour $x = 2$ *et* pour $x = -3$

Pour $x = 2$

Pour $x = 3$

II) Réduire une expression algébrique

1) Réduire une expression

Réduire une expression algébrique, c'est l'écrire avec

Exemples :

$A = 7x + 6x = (7+6)x = 13x$

dans la pratique on réduit directement : $7x + 6x =$

On compte les x, ce sont les termes en x.

$B = 8x^2 - 10x^2 =$

On compte les x^2, ce sont les termes en x^2.

Attention !

L'expression $C = 5x - 7$

2) **Autres exemples** :

$12x - 5x^2 + 7 - 4x^2 + 2x - 14 =$

On rassemble les termes en x^2, puis en x, puis les termes constants (qui n'ont pas de partie littérale)

3) **Supprimer des parenthèses et réduire** :

Réduire les expressions suivantes : $A = 3x^2 + (2x + 7)$ *et* $B = 2x^2 - (3x - 5)$

On regarde le signe qui précède les parenthèses. Et on fait apparaître les multiplications. On distribue la multiplication par 1 ou -1.

$A = 3x^2 + 1 \times (2x + 7) =$

$B = 2x^2 - 1 \times (3x - 5) =$

Partie 2 : notion d'inconnue, test

I Test d'une égalité

1) Vocabulaire

Une égalité est constituée de deux membres séparés par le signe « = »

$$\underbrace{5 \times 4}_{\text{Membre de gauche}} = \underbrace{12 + 8}_{\text{Membre de droite}}$$

Cette égalité est   car les deux membres ont la même valeur

2) Propriété

Une égalité où interviennent des expressions algébriques peut être   pour certaines valeurs affectées aux lettres et   pour d'autres.

Exemples

- On considère l'égalité $5 + x = 8$
  Pour x = **3** cette égalité est
  Pour x = **4** cette égalité est

- On considère l'égalité $4 \times x - 5 = 13$
  Pour x = **5**   cette égalité est
  Pour x = **4,5** cette égalité est

3) Méthode

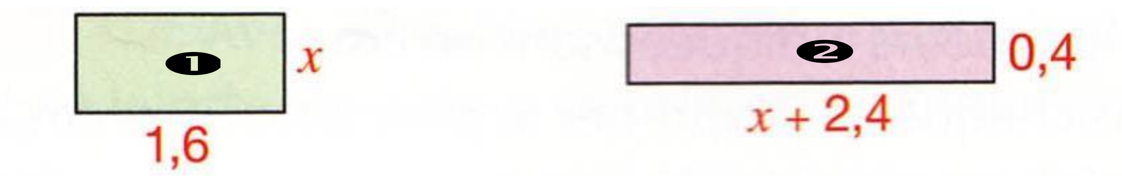
Pour tester si une égalité est vraie pour les valeurs numériques affectées aux lettres
① On calcule le membre   en remplaçant chaque lettre par un nombre donné
② On calcule le membre   en remplaçant chaque lettre par un nombre donné
③ On observe si les deux membres sont
④ On

Exemple :

On considère l'égalité $3 \times x + 5 = 5 \times x - 9$
Cette égalité est-elle vraie pour $x = 2$?
① $3 \times x + 5 = 3 \times 2 + 5 = 6 + 5 = \mathbf{11}$
② $5 \times x - 9 = 5 \times 2 - 9 = 10 - 9 = 1$
③ Les deux membres n'ont pas la même valeur $11 \neq 1$
④ L'égalité est fausse pour $x = 2$

II Application

Voici deux rectangles dont certains côtés sont de longueurs variables



1) Que représentent l'expression $1,6\,x$ pour le rectangle ❶ et l'expression $0,4 \times (x + 2,4)$ pour le rectangle ❷ ?

   Les expressions représentent   en fonction de x des rectangles ❶ et ❷

   Pour les deux rectangles, on sait que :

2) Que signifie cette égalité pour ces rectangles ?
   On a l'égalité lorsque les deux rectangles ont

3) Est-il possible que: $x = 10$?
   $1,6\,x =$
   $0,4 \times (x + 2,4) =$
   L'égalité est

Est-il possible que: $x = 0{,}8$?

$1{,}6\,x =$

$0{,}4 \times (x + 2{,}4) =$

L'égalité est

Partie 3 : complément (« intensif » en en $4^{ème}$ et $3^{ème}$!)

Développer et factoriser une expression algébrique

1) La distributivité (sans démonstration ici)

k, a et b désignent des nombres relatifs.

$k \times (a + b) =$ et $k \times (a - b) =$

2) Développer une expression

Quand on transforme un produit en une somme ou différence, on dit qu'on développe.

Exemples :

$2(x + 3) =$

$5(y - 2) =$

$2x \times (3 + x) =$

$7(2x - 3) =$

3) Factoriser une expression

Quand on transforme une somme ou une différence en un produit, on dit qu'on factorise.

Exemples :

$2x - 2\,y =$

$5x - 10 = 5x - 5 \times 2 =$

$7 - 7x = 7 \times 1 - 7x =$

Une définition plus précise du développement et de la factorisation sera donnée en $4^{ème}$, ici il s'agit plus de comprendre le mécanisme sur quelques exemples.