03/01/20

Rappel sur les suite arithmétique.

Déf°:

$$\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\text{indice} \longrightarrow n \xmapsto{(u_n)} u_n \longleftarrow \text{terme d'indice } n.$$

<u>Formule</u> | récursive
| implicite
| par récurrence

$u_{n+1} = u_n + r.$ $r \in \mathbb{R}.$

r : la raison.

Ex: $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 10. \\ u_0 = 1. \end{cases}$

$u_1 = u_{0+1} = u_0 + 10$
$= 1 + 10 = 11.$

$u_2 = u_{1+1} = u_1 + 10 = 11+10 = 21.$

$u_3 = u_2 + 10 = 21+10 = 31$

$u_{30} = u_{29} + 10.$

<u>Formule explicite:</u>

$u_n = u_0 + n \times r.$

1er terme — raison.

$u_n = u_1 + (n-1) \times r.$

$u_n = u_{10} + (n-10) \times r.$

$u_n = u_p + (n-p) \times r.$

$r = 10$

Ex: $u_n = 1 + 10n$ $u_2 = 1 + 10 \times 2 = 1 + 20 = 21.$

$u_3 = 1 + 10 \times 3 = 1 + 30 = 31.$

<u>Var°</u>

* Si $r > 0$, (u_n) est croissante.

* Si $r<0$, (U_n) est décroissante

* Si $r=0$ (U_n) est constante et vaut U_0.

Somme des termes d'une arithmique :
(U_n) est arithmétique :

$$S = \overset{+r}{U_0 + U_1} \overset{+r}{+ U_2} + \dots \overset{+r}{+ U_n}$$

$$\boxed{S = \text{nbre de termes} \times \frac{(1^{er}\text{ terme} + \text{dernier terme})}{2}}$$

$$S = (n+1) \times \frac{(U_0 + U_n)}{2}$$

Exercice d'application : Ton père te donne 5€ (u_0) le 1^{er} Janv 2020.
Chaque mois, il te donne 5€ de plus. $U_1 = 10$; $U_2 = 15$.

Au bout de 18 mois, quelle somme d'argent possèdes-tu ?

Hicham : n°7 2) $\lim\limits_{x \to -\infty} 5x e^{5x}$ Soit $X = 5x$.

Si $x \to -\infty$

$X \to -\infty$.

$$\lim_{x \to -\infty} 5x e^{5x} = \boxed{\lim_{X \to -\infty} X e^X} = 0.$$

Cours

n°8 : 1) $f(x) = e^{-3x}$ $u(x) = -3x$

$f(x) = -3 \times e^{-3x}$. $u'(x) = -3$.

$f(x) = e^{u(x)}$.

$f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$.

<u>Tasnim</u> : $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_{18}$

$u_n = u_0 + n \times r$.

$u_n = 5 + 5n$.

$S = \dfrac{19 \times (5 + 95)}{2}$

$u_{18} = 5 + 5 \times 18$.

$u_{18} = 95$

$S = 950$ €.

<u>Hicham</u> : n°8 2) $f(x) = e^{5x^2+1}$ $u(x) = 5x^2 + 1$.

$f'(x) = 10x\, e^{5x^2+1}$. $u'(x) = 10x$

3) $f(x) = x\, e^{2x}$. $f(x) = u(x) \times v(x)$.

<u>Tasnim</u> : u_0 ? $\boxed{u_{15} = 241.}$ $\boxed{r = 3}$

$u_n = u_0 + n \times 3$.

$u_{15} = 241$.

$u_n = u_0 + 3n$.

$u_{15} = \boxed{u_0 + 3 \times 15 = 241.}$

$u_0 + 45 = 241$.

$u_0 = 241 - 45$.

$u_0 = 195$.

Hicham: n°8 : 3) $f(x) = x e^{2x}$

$u(x) = x \qquad v(x) = e^{2x}$

$u'(x) = 1 \qquad v'(x) = 2e^{2x}$.

$f'(x) = u'(x) \times v(x) + v'(x)\, u(x)$.

$= 1 \times e^{2x} + 2e^{2x} \times x$.

$= \boxed{e^{2x}(1+x).}$

Tasnim : 3) n°1:

U_{27} ? $U_{11} = 10$; $r = 2,4$.

$\boxed{U_n = U_{11} + (n-11) \times r.}$

$U_{27} = 10 + (27-11) \times 2,4$.

$U_{27} = 48,4$.

n°1:

4) V_{10} ? $V_0 = 6$ $q = 1,1$. $V_n = V_0 \times q^n$.

$V_{10} = V_0 \times q^{10}$

$V_{10} = 6 \times 1,1^{10}$

$V_{10} \simeq 15,56$. (arrondi au 100ème).

Hicham: $f(x) = \dfrac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ $\qquad f'(x) = \dfrac{2e^{2x}(e^{2x}+1) - 2e^{2x}(e^{2x}-1)}{(e^{2x}+1)^2}$

$f'(x) = \dfrac{2e^{2x}\left(e^{2x}+1-(e^{2x}-1)\right).}{(e^{2x}+1)^2}$

$f'(x) = \dfrac{2e^{2x}(\cancel{e^{2x}}+1-\cancel{e^{2x}}+1)}{(e^{2x}+1)^2}$.

$f'(x) = \dfrac{2e^{2x} \times 2}{(e^{2x}+1)^2} = \boxed{\dfrac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}}$.

Tasnim :

n° 1 : 5) $V_8 = ?$ $V_1 = 100$ $q = 0{,}8$.

$V_n = V_1 \times q^{n-1}$

$V_8 = 100 \times 0{,}8^7$

$V_8 \simeq 20{,}97$ (arrondi au 100ème).

Exercice n° 2 :

1) $U_{n+1} = q \times U_n$.

$\boxed{U_{n+1} = 3 \times U_n}$

2) $U_n = U_0 \times q^n$

$U_n = 10 \times 3^n$.

Hicham : $f(x) = (e^x - 1)^2$.

$u(x) = e^x - 1$.

$u'(x) = e^x$

$f(x) = (u(x))^n$

$f'(x) = n\, u'(x)\, (u(x))^{n-1}$

Tasnim :

n°3. 1) $t_{n+1} = t_n + 4{,}2$.

2) $t_n = t_0 + n \times r$.

$t_n = -50 + 4{,}2 \times n$.

n°7 :

1) $U_n = 2000 \times 1{,}0075^n$.

2) $U_{15} = 2000 \times 1{,}0075^{15}$.

$U_{15} = 2\,237{,}21$ (arrondi au 100ème).

Hicham : $f(x) = (e^x - 1)^2$.

$f'(x) = 2\, e^x\, (e^x - 1)^{2-1}$

$f'(x) = 2\, e^x\, (e^x - 1)$

Pour étudier les variations de f, on étudie le signe de la dérivé :

Or $\forall x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$ donc le signe de f' ne dépend que de $e^x - 1$.

Or $e^x - 1 > 0$.

$e^x > 1$

$e^x > e^0$

$x > 0.$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	0	$\nearrow$	

$$f(0) = (e^0 - 1)^2 = (1-1)^2 = 0^2 = 0.$$

$$g(x) = 2(x^2-3)e^x.$$

$$g(x) = \underbrace{(2x^2-6)}_{u(x)}\underbrace{e^x}_{v(x)}$$

$$g'(x) = 4x \times e^x + e^x \times (2x^2-6).$$

$$g'(x) = e^x(4x+2x^2-6).$$

$$g'(x) = e^x(2x^2+4x-6)$$

$$g'(x) = 2e^x(x^2+2x-3).$$