

23/09/20

Troisième: Maths. Equations. TD et cours. G2.

$$3+2=5.$$

Exercice 812 

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche:

a. $2(x+5) = 3(2x-2)$

b. $2(x-2) - 4(1-x) = 4$

c. $3(x-2) + 4 = 2-x$

d. $5(x+1) = 3(3-x)$

a) $2(x+5) = 3(2x-2)$

$$2 \times x + 2 \times 5 = 3 \times 2x - 3 \times 2.$$

$$2x + 10 = 6x - 6.$$

$$2x + 10 - 10 = 6x - 6 - 10.$$

$$2x = 6x - 16.$$

$$2x - 6x = 6x - 16 - 6x.$$

$$-4x = -16.$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-16}{-4}$$

$$x = 4$$

b) $2(x-2) - 4(1-x) = 4$

$$2x - 4 - 4 + 4x = 4.$$

$$6x - 8 = 4.$$

$$6x - 8 + 8 = 4 + 8.$$

$$6x = 12.$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$$

$$x = 2.$$

c) $3(x-2) + 4 = 2-x$

$$3x - 6 + 4 = 2 - x.$$

$$3x - 2 = 2 - x$$

$$3x - 2 + 2 = 2 - x + 2.$$

d) $5(x+1) = 3(3-x)$

$$5x + 5 = 9 - 3x.$$

$$5x + 5 - 5 = 9 - 3x - 5.$$

$$5x = 4 - 3x.$$

$$3x = 4 - x.$$

$$3x + x = 4 - \cancel{x} + \cancel{x}$$

$$4x = 4$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{4}{4}$$

$$x = 1.$$

$$5x + 3x = 4 \Rightarrow \cancel{3x} + 3x$$

$$8x = 4.$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{4}{8}$$

$$x = \frac{1}{2} = 0.5.$$

Equations

I) Définitions et propriétés

1) Définitions

Une équation est une égalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombres inconnus. Ceux-ci sont désignés par des lettres (x, y, z, \dots).

Exemple :

$$\begin{array}{ccc} & x + 3 = 12 - 2x & \\ \nearrow & & \nwarrow \\ 1^\circ \text{ membre} & & 2^\circ \text{ membre} \end{array}$$

Résoudre une équation à une inconnue x , c'est déterminer toutes les valeurs numériques que l'on peut donner à x pour que l'égalité soit vraie.

Chacune de ces valeurs est une solution de l'équation.

Exemples :

On considère l'équation d'inconnue x : $x + 3 = 12 - 2x$

3 est-il solution de l'équation ? Oui car $3 + 3 = 6$ et $12 - 2 \times 3 = 12 - 6 = 6$

1 est-il solution de l'équation ? Non car $1 + 3 = 4$ et $12 - 2 \times 1 = 12 - 2 = 10 \neq 4$

2) Egalités et opérations (rappels 4^{ème})

1. Règle 1

Lorsqu'on ajoute ou l'on retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

Si $a = b$ alors $a + c = b + c$

Si $a = b$ alors $a - c = b - c$

Exemple : $x = 13$

$$x + 5 = 13 + 5 \quad x + 5 = 18$$

$$x - 9 = 13 - 9 \quad x - 9 = 4$$

2. Règle 2

Lorsqu'on multiplie ou l'on divise par un même nombre (différent de zéro) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

Si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$

Si $a = b$ alors $a \div c = b \div c$

Exemple : $x = 18$

$$x \times 3 = 18 \times 3 \quad x \times 3 = 54 \quad \text{ou} \quad 3x = 54$$

$$x \div 9 = 18 \div 9 \quad x \div 9 = 2 \quad \text{ou} \quad \frac{x}{9} = 2$$

II) Résolution d'équations de la forme $a x + b = c x + d$

Résolution de l'équation $3x + 1 = 21 - 2x$

$3x + 1 = 21 - 2x$		
$3x + 1 - 1 = 21 - 2x - 1$	←	On soustrait 1 aux deux membres de l'égalité $3x + 1 = 21 - 2x$
$3x = 20 - 2x$		
$3x + 2x = 20 - 2x + 2x$	←	On ajoute 2x aux deux membres de l'égalité $3x = 20 - 2x$
$5x = 20$		
$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$	←	On divise par 5 ou l'on multiplie par 1/5 les deux membres de l'égalité $5x = 20$
$x = 4$		

Vérification : $3 \times 4 + 1 = 12 + 1 = 13$

$21 - 2 \times 4 = 21 - 8 = 13$

L'équation $3x + 1 = 21 - 2x$

admet une seule solution

$x = 4$.

III) Résolution d'un problème

Corentin, Jean et Pierre se sont partagé 202 billes.

Corentin en a le triple de Pierre et Pierre en a 17 de moins que Jean. Combien chacun a-t-il de billes ?

1^e étape : Choix de l'inconnue

On pose x le nombre de billes reçues par Pierre.

2^e étape : Traduction de l'énoncé et mise en équation.

Corentin reçoit $3x$ billes

Jean reçoit $x + 17$ billes

$$x + 3x + x + 17 = 202$$

3^e étape : On résout l'équation

$$5x + 17 = 202$$

$$5x = 202 - 17$$

$$5x = 185$$

$$x = \frac{185}{5}$$

$$x = 37$$

4^e étape : Retour à l'énoncé et réponses

Pierre a reçu 37 billes

Corentin a reçu $3 \times 37 = 111$ billes

Jean a reçu $37 + 17 = 54$ billes

Vérification : $37 + 111 + 54 = 202$

$x^2 = -1$.

$-1 = 5 = 3 + 2$
 $x^2 = 1$
 $x^2 - 1 = 0$
 $x^2 = 1$

$$x^2 - 1^2 = 0 \\ (x-1)(x+1) = 0$$

IV) Résolution d'une équation produit du type $(a x + b)(c x + d) = 0$

1. Produit nul.

Si $A = 0$ ou $B = 0$ alors $A \times B = 0$

Si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$ (réciproque)

Autrement dit

Dire qu'un produit de facteurs est nul revient à dire que l'un au moins de ses facteurs est nul.

2. Exemple : Résoudre l'équation $(4x + 1)(9x - 7) = 0$

Résoudre cette équation c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient l'égalité donnée.

Un produit de facteurs est nul si au moins un des facteurs est nul donc :

$$\begin{array}{l} 4x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 9x - 7 = 0 \\ \text{Soit} \quad 4x = -1 \quad \text{ou} \quad 9x = +7 \\ \quad \quad x = -\frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad x = \frac{7}{9} \end{array}$$

Conclusion : cette équation admet deux solutions : $-\frac{1}{4}$ et $\frac{7}{9}$ noté aussi $S = \{-\frac{1}{4}; \frac{7}{9}\}$

Exercice d'application: Résolvez l'équation du second degré suivante:

$$x^2 = 25.$$

Indicatif: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$x^2 = 5^2$$

$$x^2 - 5^2 = 0$$

$$(x-5)(x+5) = 0.$$

$$x-5=0 \quad \text{ou} \quad x+5=0.$$

$$x=5 \quad \text{ou} \quad x=-5.$$

N° 5330

d. $(3-2x)(x+1) = 3(3-2x)$

$$d) (3-2x)(x+1) = 3(3-2x)$$

$$(3-2x)(x+1) - 3(3-2x) = 3\cancel{(3-2x)} - 3\cancel{(3-2x)}$$

$$(3-2x)(x+1) - 3(3-2x) = 0.$$

$$(3-2x)(x+1-3) = 0.$$

$$(3-2x)(x-2) = 0.$$

$$3-2x=0 \quad \text{ou} \quad x-2=0$$

$$\cancel{3} - 2x/\cancel{3} = 0 - 3. \quad \text{ou} \quad x-2+2=0+2.$$

$$-2x = -3 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-3}{-2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2}; 2 \right\}.$$

Pour le 30/09/20. Faire les exercices 7999; 5354 et finir le 5330.

Rappels sur les nombres relatifs.

$$5 - 0 = 5.$$

$$+ 3$$

$$- 2$$

$$+ 2$$

$$- 10.$$

Addition:

$$5 + 2 \quad (+5) + (+2) = 7.$$

$$5 - 2 \quad (+5) + (-2) = +3$$

$$-5 + 2 \quad (-5) + (+2) = -3.$$

$$-5 - 2 \quad (-5) + (-2) = -7.$$

Soustraction:

$$(+5) - (-3) = +5 + 3 = 8$$

$$(-5) - (-8) = -5 + 8 = 3$$

$$+8 - (+2) = +8 - 2 = 6.$$

$$(-7) - (+4) = -7 - 4 = -11.$$

$$(+4) + (-2) - (-3) + (-4) - (-2)$$

$$= +4 - 2 + 3 - 4 + 2$$

$$= +9 - 6 = 3.$$

