3. Pondichery 2016

En janvier 2016, une personne se décide à acheter un scooter coûtant 5 700 euros sans apport personnel. Le vendeur lui propose un crédit à la consommation d'un montant de 5 700 euros, au taux mensuel de 1,5 %. Par ailleurs, la mensualité fixée à 300 euros est versée par l'emprunteur à l'organisme de crédit le 25 de chaque mois. Ainsi, le capital restant dû augmente de 1,5 % puis baisse de 300 euros.
Le premier versement a lieu le 25 février 2016.
On note u_n le capital restant dû en euros juste après la n-ième mensualité (n entier naturel non nul). On convient que $u_0 = 5700$.
Les résultats seront donnés sous forme approchée à 0,01 près si nécessaire.

1. (a) Démontrer que u_1, capital restant dû au 26 février 2016 juste après la première mensualité, est de 5 485,50 euros.
   (b) Calculer u_2.
2. On admet que la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 1,015u_n - 300$$

On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un entier naturel
	u est un nombre réel
Traitement :	Affecter à u la valeur 5 700
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $u > 4500$ faire
	u prend la valeur $1,015 \times u - 300$
	n prend la valeur $n + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

   (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaires entre la deuxième et la dernière colonne.

Valeur de u	5 700	…		
Valeur de n	0	…		
$u > 4500$ (vrai/faux)	vrai	…	vrai	faux

   (b) Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ?
   Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
3. Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20000$.
   (a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $v_{n+1} = 1,015 \times v_n$.
   (b) En déduire que pour tout entier naturel n, on a :
   $u_n = 20000 - 14300 \times 1,015^n$.
4. À l'aide de la réponse précédente, répondre aux questions suivantes :
   (a) Démontrer qu'une valeur approchée du capital restant dû par l'emprunteur au 26 avril 2017 est 2 121,68 euros.

(b) Déterminer le nombre de mensualités nécessaires pour rembourser intégralement le prêt.

(c) Quel sera le montant de la dernière mensualité ?

(d) Lorsque la personne aura terminé de rembourser son crédit à la consommation, quel sera le coût total de son achat ?

retour au tableau

4. Liban mai 2016

L'entreprise PiscinePlus, implantée dans le sud de la France, propose des contrats annuels d'entretien aux propriétaires de piscines privées.
Le patron de cette entreprise remarque que, chaque année, 12 % de contrats supplémentaires sont souscrits et 6 contrats résiliés. Il se fonde sur ce constat pour estimer le nombre de contrats annuels à venir.
En 2015, l'entreprise PiscinePlus dénombrait 75 contrats souscrits.
On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de contrats souscrits auprès de l'entreprise PiscinePlus l'année $2015 + n$. Ainsi, on a $u_0 = 75$.

1. (a) Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2016.
   (b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 1,12u_n - 6$.
2. L'entreprise PiscinePlus peut prendre en charge un maximum de 100 contrats avec son nombre actuel de salariés. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.
   On cherche à connaître en quelle année l'entreprise devra embaucher. Pour cela, on utilise l'algorithme suivant :

L1	Variables :	n est un nombre entier naturel
L2		U est un nombre réel
L3		Traitement : Affecter à n la valeur 0
L4		Affecter à U la valeur 75
L5		Tant que $U \leqslant 100$ faire
L6		n prend la valeur $n+1$
L7		U prend la valeur $1,12U - 6$
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher ...

   (a) Recopier et compléter la ligne L9.
   (b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour permettre la réalisation de l'algorithme ci-dessus. On arrondira les résultats à l'unité.

Valeur de n	0		
Valeur de U	75		

   (c) Donner la valeur affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme puis interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.
3. On rappelle que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 1,12u_n - 6$ et $u_0 = 75$.
   On pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 50$.
   (a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
   (b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis montrer que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 25 \times 1,12^n + 50$.
   (c) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n > 100$.
   (d) Quel résultat de la question 2 retrouve-t-on ?

retour au tableau

8. Amerique du nord 2016

Une société propose un service d'abonnement pour jeux vidéo sur téléphone mobile.
Le 1er janvier 2016, on compte 4 000 abonnés.
À partir de cette date, les dirigeants de la société ont constaté que d'un mois sur l'autre, 8 % des anciens joueurs se désabonnent mais que, par ailleurs, 8 000 nouvelles personnes s'abonnent.

1. Calculer le nombre d'abonnés à la date du 1er février 2016.

   Pour la suite de l'exercice, on modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre de milliers d'abonnés au bout de n mois après le 1er janvier 2016.

   La suite (u_n) est donc définie par :

$$u_0 = 4 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,92u_n + 8.$$

2. On considère l'algorithme suivant :

Variables
N est un nombre entier naturel
U est un nombre réel
Traitement
U prend la valeur 4
N prend la valeur 0
Tant que $U < 40$
U prend la valeur $0,92 \times U + 8$
N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que
Sortie
Afficher N

   (a) Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.
   Les valeurs de U seront arrondies au dixième.

Valeur de U	4	...	...
Valeur de N	0	...	...
Condition $U < 40$	vraie	...	...

   (b) Donner la valeur affichée en sortie par cet algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 100$.

   (a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,92$ et calculer son premier terme v_0.

   (b) Donner l'expression de v_n en fonction de n.

   (c) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 100 - 96 \times 0,92^n$.

4. En résolvant une inéquation, déterminer la date (année et mois) à partir de laquelle le nombre d'abonnés devient supérieur à 70 000.

retour au tableau