21/10/20 Troisième : Trigonométrie.

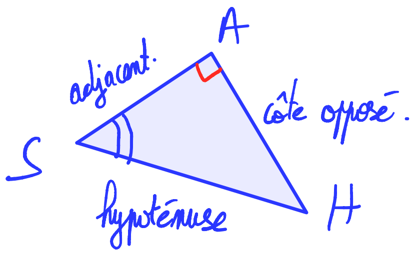
Travail à faire pour le 28/10/20 :

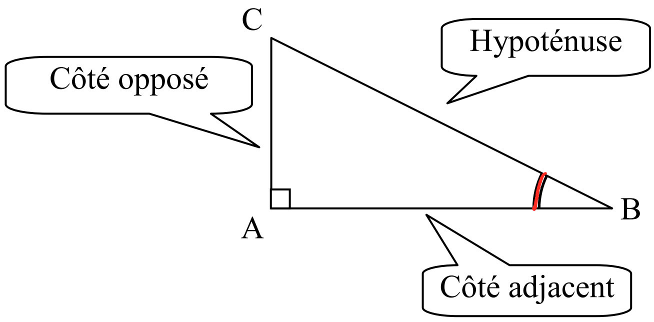
# Trigonométrie : calcul de longueurs

## I) Vocabulaire

Dans le triangle ABC, rectangle en A,

- Le côté [BC] est le côté le plus long, c'est l'hypoténuse du triangle ABC.
- Pour l'angle $A\hat{B}C$ :
  [AB] est le côté adjacent.
  [AC] est le côté opposé.




**Remarques** : Pour le triangle ABC, rectangle en A, l'angle $B\hat{C}A$ est l'autre angle aigu du triangle.
Pour l'angle $B\hat{C}A$, le côté adjacent est le côté [AC] et le côté opposé est le côté [AB].

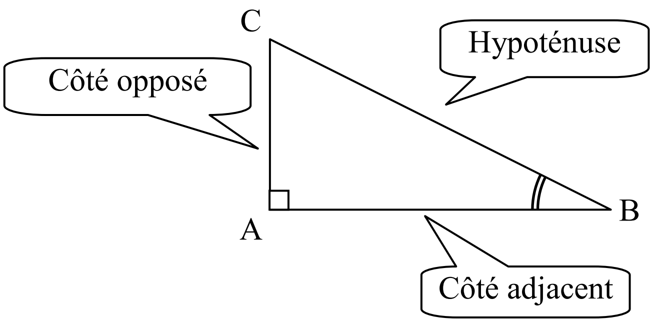
## II) Définitions : cosinus ; sinus ; tangente

Soit un triangle ABC rectangle en A.
Le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle aigu $\widehat{ABC}$ sont les nombres, notés respectivement cos $\widehat{ABC}$, sin $\widehat{ABC}$ et tan $\widehat{ABC}$, définis par :

$$\text{Cos } \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{\textbf{Côte Adjacent}}{\textbf{Hypoténuse}}$$

$$\text{Sin } \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = = \frac{\textbf{Côte Opposé}}{\textbf{Hypoténuse}}$$

$$\text{Tan } \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{\textbf{Côte Opposé}}{\textbf{Côte Adjacent}}$$




**Moyen mnémotechnique :**
« SOH-CAH-TOA » ou « CAH-SOH-TOA » (« casse-toi ») dont chaque lettre est l'initiale des différents mots des 3 formules.

## III) Propriété

| |
|---|
| Le cosinus et le sinus d'un angle sont des nombres compris entre 0 et 1. |

*Démonstration (pour le sinus):*

[BC] est l'hypoténuse donc BC > AC d'où $\sin\left(A\hat{B}C\right)=\dfrac{AC}{BC}<1$

Comme AC et BC sont deux nombres positifs $\dfrac{AC}{BC}>0$ d'où

$0<\sin\left(A\hat{B}C\right)<1$

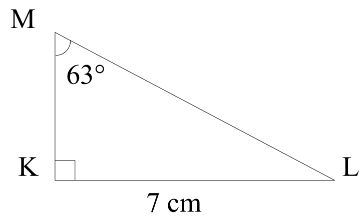
La démonstration est la même pour le cos.

## IV) Utilisation de la calculatrice : il faut se mettre en mode degré (deg )

| Calcul de tan 36° | Calcul de cos 45° |
|---|---|
| $\boxed{\text{tan}}$ 36 $\boxed{\text{EXE}}$ 0,72654258… | $\boxed{\text{Cos}}$ 45 $\boxed{\text{EXE}}$ 0,7071067812 |
| tan 36° ≈ 0,73 | Cos 45°≈0,71 |

## V) Application : calcul d'une longueur

KLM est un triangle rectangle en K tel que :
$L\hat{M}K = 63°$ *et* $KL = 7\,cm$.
Calculer LM, donner une valeur arrondie à 1mm près.




Le triangle KLM rectangle en K

$$\sin\left(K\hat{M}L\right)=\frac{KL}{LM} \quad d'où \qquad LM=\frac{KL\times 1}{\sin 63°}=\frac{7\times 1}{\sin 63°}\approx 7{,}9\,cm$$

On tape 7 $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{sin}}$ 63 et on obtient LM ≈ 7,9 cm.

$x \longmapsto y.$

$2 \longmapsto 4$

$+5$

$3 \longmapsto 9$

$+7$

$4 \longmapsto 16$

$+9$

$5 \longmapsto 25.$

$6^2 \longmapsto 36$

Cos

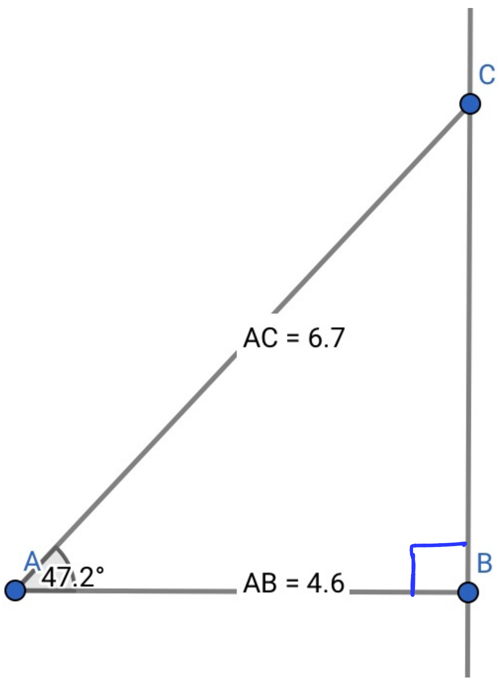
$4 \longmapsto \cos(4) = 0,99\ldots$

$60 \longmapsto \cos(60) = 0,5.$

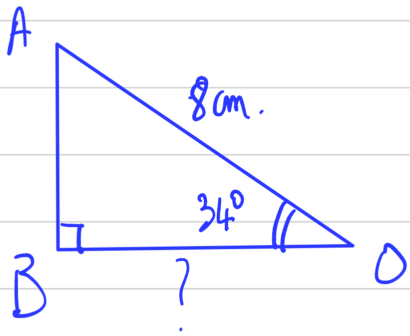
$90 \longmapsto \cos(90) = 0.$

$\cos(\widehat{CAB}) = \cos(47,2) \simeq 0,7$

$\frac{AB}{AC} = \frac{4,6}{6,7} = 0,7.$



Applicat° guidée :




Le triangle BOA est rectangle en B. Donc on a :

$$\cos(\widehat{BOA}) = \frac{\text{côté adj}}{\text{hyp}}$$

$$\frac{\cos(\widehat{BOA})}{1} = \frac{BO}{AO}$$

$$\boxed{\frac{\sin(\widehat{BOA})}{1} = \frac{AB}{AO}}$$

$$AB = \frac{AO \times \sin(\widehat{BOA})}{1}$$

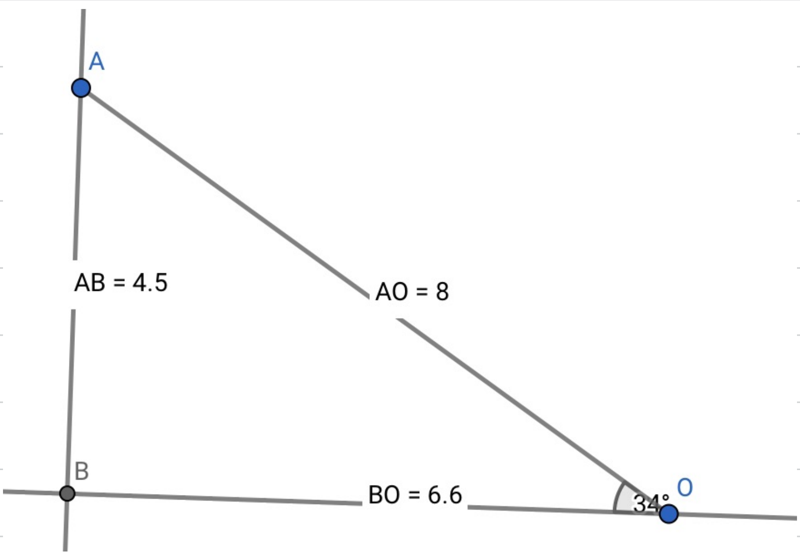
$$AB = \frac{8 \times \sin(34)}{1}$$

$$AB = 4{,}5 \text{ cm.}$$

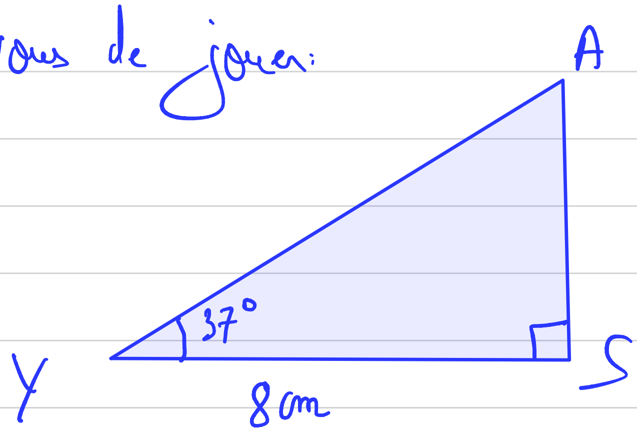
$$BO = \frac{\cos(\widehat{BOA}) \times AO}{1}$$

$$BO = \cos(34) \times 8$$

$$BO = 6{,}6 \text{ cm.}$$



À vous de jouer :




Calculer AS et YA.

Le triangle YAS est rectangle en S. Donc :

$$\frac{\cos(\widehat{AYS})}{1} = \frac{YS}{YA}$$

$$YA = \frac{YS \times 1}{\cos(\widehat{AYS})}$$

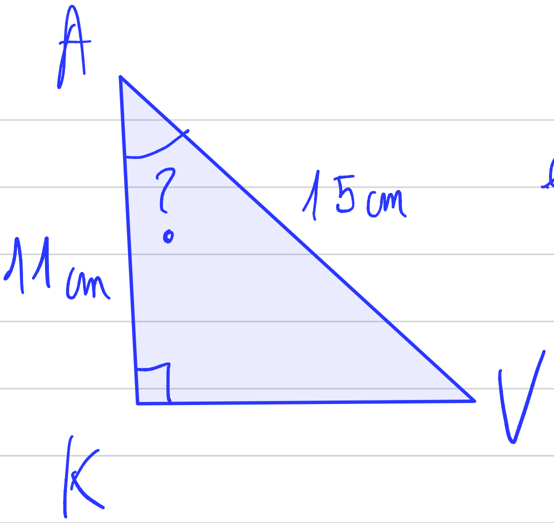
$$YA = \frac{8 \times 1}{\cos(37)} \simeq 10{,}0\text{ cm.}$$ (arrondi au 10ème).

De même : $\frac{\tan(\widehat{AYS})}{1} = \frac{AS}{YS}$ a 5

$$AS = \frac{YS \times \tan(\widehat{AYS})}{1}$$

$$AS = \frac{8 \times \tan(37)}{1} = 6{,}0\text{ cm}$$

(arrondi au 10ème).




Le triangle KAV est rectangle en K.

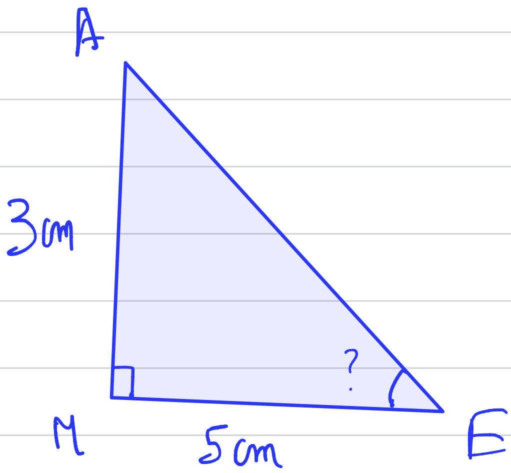
Donc : $\cos(\widehat{KAV}) = \dfrac{AK}{AV}$

$\cos(\widehat{KAV}) = \dfrac{11}{15}$.

$\widehat{KAV} = \text{Arccos}\left(\dfrac{11}{15}\right)$.

$$\begin{tikzcd} \text{angle} \arrow[r, shift left, "\cos"] & \cos(\text{angle}) \arrow[l, shift left, "\cos^{-1}"] \arrow[l, bend left=60, "\text{Arccos}"] \end{tikzcd}$$

$\widehat{KAV} \simeq 43°$.




Le triangle MAE est rectangle en M.
Donc

$\tan(\widehat{AEM}) = \dfrac{AM}{ME}$

$\tan(\widehat{AEM}) = \dfrac{3}{5}$.

$\widehat{AEM} = \text{Arctan}\left(\dfrac{3}{5}\right)$

$\widehat{AEM} = 31°$