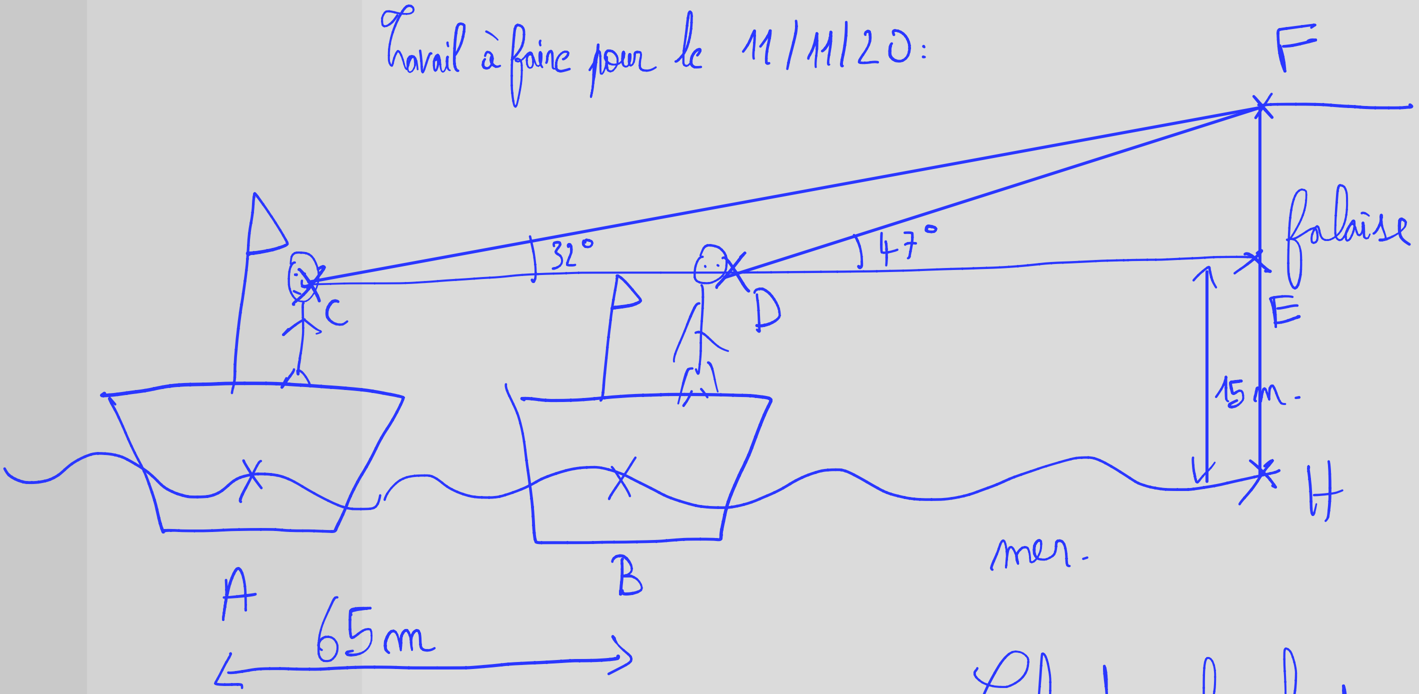
04/11/20

Troisième : trigonométrie - TD.

Travail à faire pour le 11/11/20 :



Calculer la hauteur de la falaise.

CAH SOH TOA.

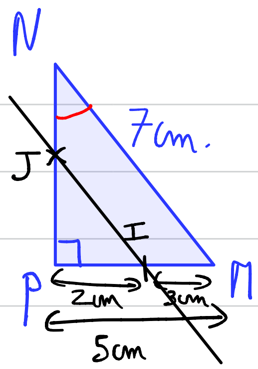
Exercice 712

Les questions sont indépendantes les unes des autres

MNP est un triangle rectangle en P tel que :

$MP = 5\,cm \quad ; \quad MN = 7\,cm$

1. Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{MNP}$.
2. Calculer la valeur exacte de NP ; Donner sa valeur arrondie au mm.
3. Soit I le point du segment $[MP]$ tel que $PI = 2\,cm$. La parallèle à (MN) passant par I coupe $[PN]$ en J. Calculer IJ.



1) Le triangle MNP est rectangle en P. Donc on a :

$$\sin(\widehat{PNM}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{PM}{MN}$$

$$\sin(\widehat{PNM}) = \frac{5}{7}.$$

À la calculatrice $\quad \widehat{PNM} = \text{Arcsin}\left(\frac{5}{7}\right).$

$$\widehat{PNM} \simeq 46° \text{ (arrondi au degré près).}$$

2) 1ère méthode : avec la trigo (approximative).
Le triangle MPN est rectangle en P, d'où :

$$\cos(\widehat{PNM}) = \frac{PN}{MN}.$$

$$\cos(46) = \frac{PN}{7}.$$

Produit en croix.

$$PN = 7 \times \cos(46)$$

$$PN \simeq 4{,}9\,cm \text{ (arrondie au mm près).}$$

2ème Méthode : Théorème de Pythagore :
Le triangle MNP est rectangle en P. Donc d'après le théorème de Pythagore :

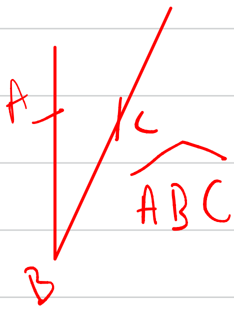
$$NM^2 = PM^2 + NP^2$$
$$NP^2 = NM^2 - PM^2$$
$$NP^2 = 7^2 - 5^2$$
$$NP^2 = 49 - 25.$$
$$NP^2 = 24.$$
$$NP = \sqrt{24}$$
$NP = 4,9$ cm (arrondi au mm près).

3- Les droites (IJ) et (NM) sont parallèles. Les points P, J, N et P, I, M sont alignés dans le même ordre. Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{PJ}{PN} = \frac{PI}{PM} = \frac{IJ}{MN}.$$

$$\frac{PJ}{PN} = \frac{2}{5} = \frac{IJ}{7}.$$

$$\begin{array}{r|l} 14 & 5 \\ -10 & 2,8 \\ \hline 40 & \end{array}$$



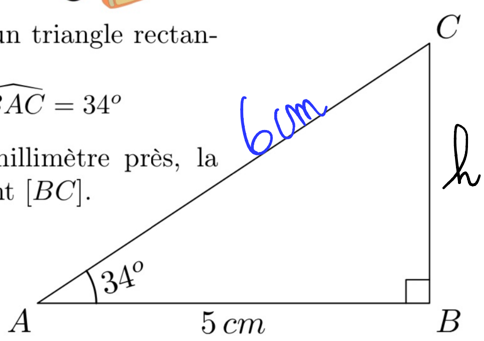
$$IJ = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5} = 14 \times \frac{1}{5} = 14 \times 0,2 = 2,8 \text{ cm}.$$

Exercice 5192

Le triangle ABC est un triangle rectangle en B vérifiant :

$AC = 6\,cm$; $\widehat{BAC} = 34^o$

1. Déterminer, au millimètre près, la mesure du segment $[BC]$.



$h = 3,4$ cm.

2. Donner, au centimètre carré, l'aire du triangle ABC.

1) Le triangle CBA est rectangle en B.
Donc :

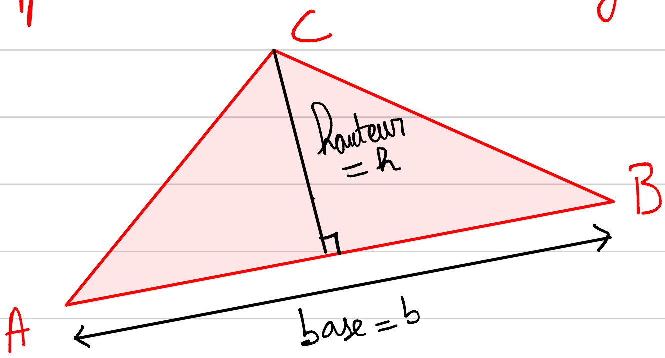
$$\sin(\widehat{CAB}) = \frac{CB}{AC}$$

$$\sin(34) = \frac{CB}{6}$$

$$CB = \frac{\sin(34) \times 6}{1}$$

$CB = 3,4$ cm. (arrondi au mm.)

2- Rappel ($5^{ème}$) : Aire d'un triangle :



$$A = \frac{b \times h}{2}.$$

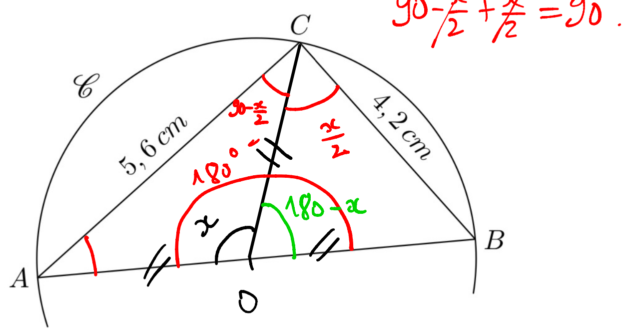
2- Aire de $ABC = \frac{b \times h}{2} = \frac{5 \times 3{,}4}{2}$.

$\simeq 8\ cm^2$ (arrondi au cm^2).

Exercice 6416

On considère le triangle ABC inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$ dont le segment $[AB]$ forme un diamètre.

$90 - \cancel{\frac{x}{2}} + \cancel{\frac{x}{2}} = 90°.$



Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au degré près.

Démontrons la propriété suivante :

"Si on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un de ses diamètres, on obtient forcément un triangle rectangle".

Donc le triangle ABC est rectangle en C. Donc :

$$\tan(\widehat{BAC}) = \frac{CB}{AC}$$

$$\tan(\widehat{BAC}) = \frac{4{,}2}{5{,}6}.$$

$$\widehat{BAC} = \text{Arctan}\left(\frac{4{,}2}{5{,}6}\right)$$

$$\widehat{BAC} = 37°.$$

Démonstration :

$$\frac{180 - x}{2} = \frac{180}{2} - \frac{x}{2}$$

$$\widehat{ACO} = 90 - \frac{x}{2}$$

$$\widehat{OCB} = \frac{180 - (180 - x)}{2} = \frac{180 - 180 + x}{2}$$

$$= \frac{x}{2}.$$

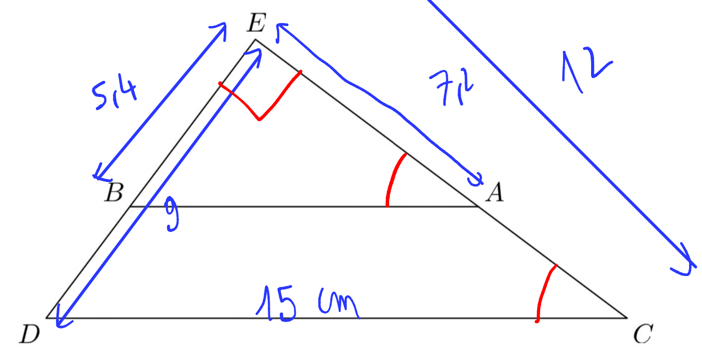
Exercice 3584

la figure qui suit n'est pas en vraie grandeur. Il n'est pas demandé de la reproduire. L'unité est le centimètre.

Le point B appartient au segment $[DE]$ et le point A au segment $[CE]$.
On donne :

$ED = 9$; $EB = 5{,}4$; $EC = 12$

$EA = 7{,}2$; $CD = 15$



1. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Calculer la longueur du segment $[AB]$.
3. Montrer que les droites (CE) et (DE) sont perpendiculaires.
4. a. Calculer la valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{ECD}$.
   b. En déduire, sans faire de calcul, celle de l'angle $\widehat{EAB}$. Justifier.

1) Les points E, B, D et E, A, C sont alignés dans le même ordre.

D'une part : $\dfrac{EB}{ED} = \dfrac{5{,}4}{9} = \dfrac{54}{90} = \dfrac{9\times 6}{9\times 10}$

$= \dfrac{\cancel{2}\times 3\times \cancel{2}}{\cancel{9}\times 5\times \cancel{2}} = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$

D'autre part : $\dfrac{EA}{EC} = \dfrac{7{,}2}{12} = \dfrac{72}{120}$

$= \dfrac{8\times 9}{60\times 2} = \dfrac{2^3\times 3^2}{6\times 10\times 2}$

$= \dfrac{2^3\times 3^2}{3\times 2\times 5\times 2\times 2} = \dfrac{\cancel{2^3}\times 3\times \cancel{3}}{\cancel{2^3}\times 5\times \cancel{3}}$

$= \dfrac{3}{5} = 0{,}6$.

On remarque que $\dfrac{EB}{ED} = \dfrac{EA}{EC}$. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BA) et (DC) sont parallèles.

2) D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC} = \frac{BA}{DC}.$$

$$\frac{7{,}2}{12} = \frac{BA}{15}$$

$$BA = \frac{7{,}2\times 15}{12} = \frac{3}{5}\times 15 = \frac{3}{\cancel{5}}\times 3\times \cancel{5} = 9 \text{ cm}.$$

3) D'une part : $DC^2 = 15^2 = 225$.

D'autre part, $DE^2 + EC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.

On remarque que $DC^2 = DE^2 + EC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEC est rectangle en E.

4) a). Le triangle DEC est rectangle en E. Donc on a :

$$\cos(\widehat{DCE}) = \frac{EC}{DC}$$

$$\cos(\widehat{DCE}) = \frac{12}{15}.$$

$$\widehat{DCE} = \text{Arccos}\left(\frac{12}{15}\right)$$

$$\widehat{DCE} \simeq 37^\circ \text{ (arrondi au degré près).}$$

b) Les droites (BA) et (CD) sont parallèles. La droite (CE) est sécante aux deux droites. Donc les angles correspondants sont égaux.
Ainsi : $\widehat{EAB} = \widehat{DCE} \simeq 37°$.