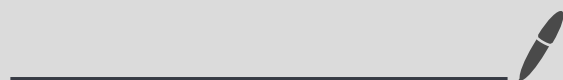
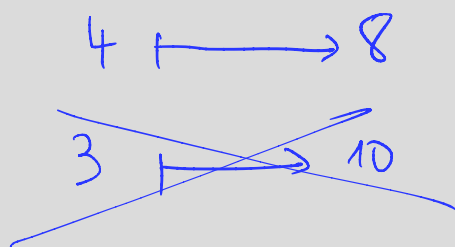
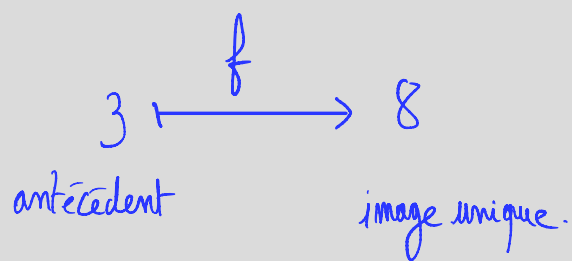


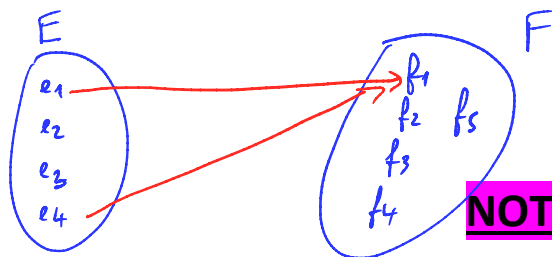
18/11/20

troisième: notion de fonctions.

25/11/20: 7989

4076



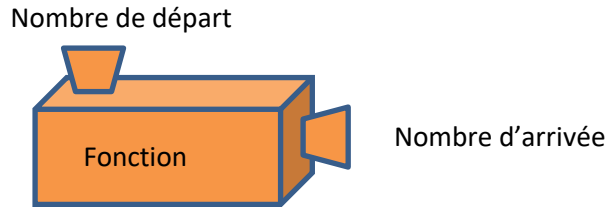
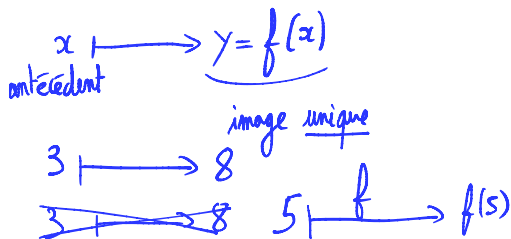


f qui associe à chaque élément de E un unique élément de F .

NOTION DE FONCTION

I. QU'EST-CE QU'UNE FONCTION ?

- a) **Définition** : Processus qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.



Exemple : La fonction f qui associe à un nombre son triple augmenté de 5 peut être notée

$$f : x \longrightarrow 3x + 5$$

se lit « la fonction qui à x associe $3x + 5$ »

$$f(7) = 3 \times 7 + 5$$

$$f(2) = 3 \times 2 + 5$$

ou

$$f(p) = 3p + 5$$

$$f(x) = 3x + 5$$

$$f(x) = 3x + 5$$

« f de x égal $3x + 5$ »

- b) **Qu'est-ce qu'une image ?**

Pour déterminer l'image d'un nombre, il faut déterminer le nombre d'arrivée !

$$f(x)$$

Définition : Soit f la fonction qui à un nombre x associe un unique nombre noté $f(x)$. Ce nombre $f(x)$ est l'image de x par la fonction f .

Méthode : Pour déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule en x , il suffit de remplacer x par ce nombre.

Exemple : Soit la fonction $f : x \longrightarrow 3x + 5$ alors $f(7) = 3 \times 7 + 5 = 21 + 5 = 26$

Donc l'image de 7 par la fonction f est 26

Calculer les images de 4 ; -5 ; 9 par la fonction f

$$f(4) = 3 \times 4 + 5 = 17.$$

$$f(-5) = 3 \times (-5) + 5 = -15 + 5 = -10$$

$$f(9) = 3 \times 9 + 5 = 27 + 5 = 32.$$

- c) **Qu'est ce qu'un antécédent**

Pour déterminer un antécédent, il faut retrouver le nombre de départ !

Reprenons la fonction $f : x \longrightarrow 3x + 5$ et cherchons un antécédent de 32

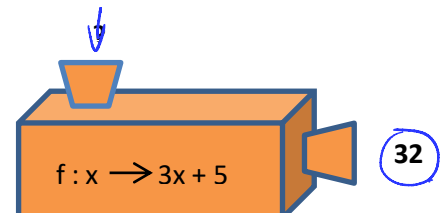
Méthode : Pour déterminer le ou les antécédents d'un nombre k par f , il suffit de résoudre $f(x) = k$

On va donc résoudre $f(x) = 32$

$$3x + 5 = 32$$

$$3x = 27$$

$$x = \frac{27}{3} = 9 \quad \text{Le seul antécédent de 32 par } f \text{ est donc 9}$$



Attention : Un nombre peut ne pas avoir d'antécédent par une fonction, en avoir un seul ou plusieurs.

II. UTILISATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION

Dans un repère orthonormal, on appelle représentation graphique d'une fonction f , l'ensemble des points de coordonnées $(x ; y)$ avec $y = f(x)$.

Remarque : un repère orthonormal a les deux axes perpendiculaires et les unités de longueurs identiques sur chaque axe.

Exemple : Soit $f : x \rightarrow 0,25x^2 - 5$

Tout point de la courbe C possède des coordonnées de la forme $(x ; f(x))$.

A $(6 ; 4)$ appartient à la courbe car

$$f(6) =$$

B $(5 ; 1)$ appartient à la courbe car

$$f(5) =$$

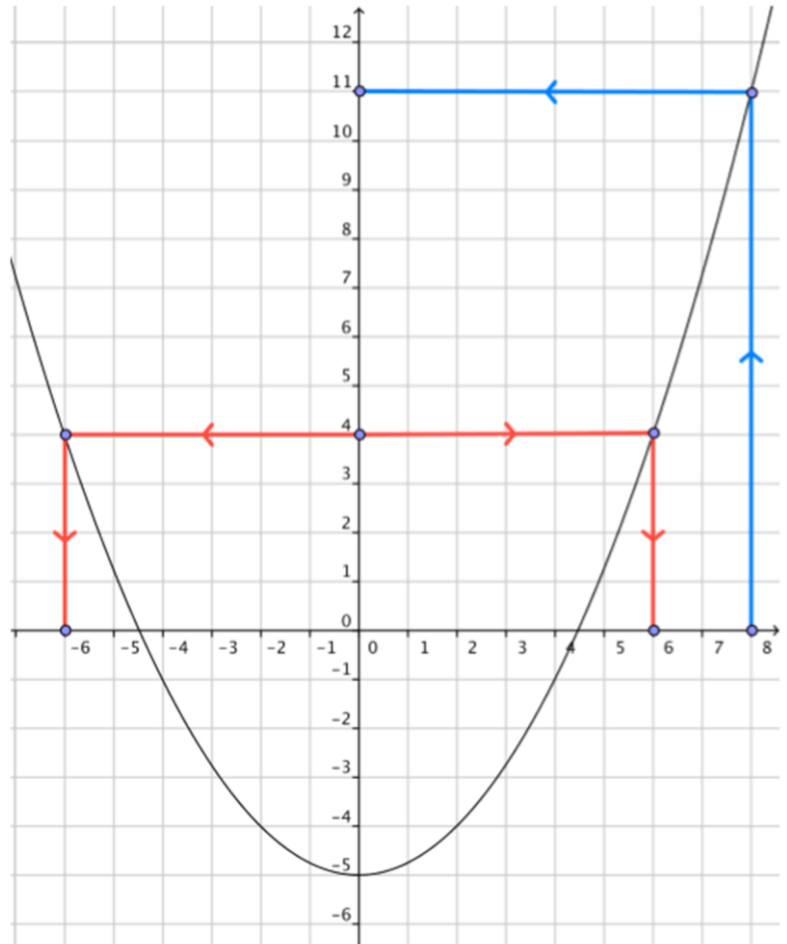
Méthode : pour déterminer graphiquement l'image du nombre 8, on se place sur l'axe des abscisses, on repère l'abscisse 8 et à l'aide de la courbe, on trouve son ordonnée 11.

Quelle est l'image de f de 4 ?

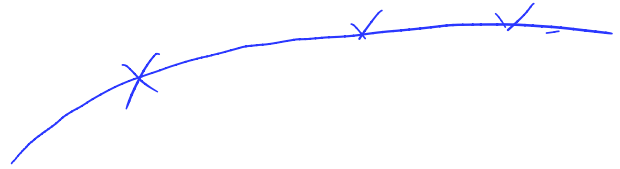
Quelle est l'image de f de 0 ?

Pour déterminer graphiquement le ou les antécédents du nombre 4, on se place sur l'axe des ordonnées, on repère l'ordonnée de 4 et à l'aide de la courbe, on trouve la ou les abscisses correspondantes -6 et 6.

Quels sont les antécédents par f de -4 ? -5 ? -1 ? -6 ?



III. UTILISATION D'UN TABLEAU



Exemple 1 :

Soit g une fonction. On considère le tableau de valeurs suivantes :

x	-4	-2	1	5	10
g(x)	4	1	4	-2	5

1) Quelle est l'image de 1 par la fonction g ?

L'image de 1 par la fonction g est 4

2) Donne $g(-2) = 1$

3) Donne un antécédent par la fonction g du nombre 1.

Un antécédent par la fonction g du nombre 1 est -2

4) Donner deux antécédents par la fonction g du nombre 4.

Deux antécédents par la fonction g du nombre 4 sont -4 et 1.

Exemple 2 :

On considère la fonction h définie par $h(x) = 2x^2 - 3x + 7$

Compléter le tableau ci-dessous :

x	-5	-2	0	3
h(x)	72	21	7	16

$$h(-5) = 2 \times (-5)^2 - 3 \times (-5) + 7 = 2 \times 25 + 15 + 7 = 72$$

On procède de la même façon pour les autres valeurs.

1) Quelle est l'image de -2 par la fonction h ?

L'image de -2 par la fonction h est 21.

2) Calculer l'image de $\frac{2}{3}$

$$h\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{2}{3}\right) + 7 = 2 \times \left(\frac{4}{9}\right) - 2 + 7 = \frac{8}{9} - \frac{18}{9} + \frac{63}{9} = \frac{53}{9}$$

L'image de $\frac{2}{3}$ par la fonction h est $\frac{53}{9}$.

Exercice d'application n°1. Soit f une fonction définie par :

$$f(x) = -3x^2 + 2x - 1$$

Calculer l'image de 3; de -1; -2; $\frac{4}{7}$.

$$\begin{aligned} f(3) &= -3 \times 3^2 + 2 \times 3 - 1 \\ &= -3 \times 9 + 6 - 1 \\ &= -27 + 5 = -22. \end{aligned}$$

$$f(-1) = -3 \times (-1)^2 + 2 \times (-1) - 1$$

$$f(-1) = -3 - 2 - 1 = -6.$$

$$\begin{aligned} f(-2) &= -3 \times (-2)^2 + 2 \times (-2) - 1 \\ &= -3 \times 4 - 4 - 1 \\ &= -12 - 5 = -17. \end{aligned}$$

$$f\left(\frac{4}{7}\right) = -3 \times \left(\frac{4}{7}\right)^2 + 2 \times \frac{4}{7} - 1.$$

$$f\left(\frac{4}{7}\right) = -3 \times \frac{16}{49} + \frac{8 \times 7}{7 \times 7} - \frac{1 \times 49}{1 \times 49}$$

$$f\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{-48}{49} + \frac{56}{49} - \frac{49}{49}$$

$$f\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{+8 - 49}{49} = \frac{-41}{49}.$$

Exemple: Soit $f(x) = x^2$

$$f(3) = 3^2 = 9$$

$$\begin{aligned} 3^6 &= 3^3 \times 3^3 \\ &= 27 \times 27. \end{aligned}$$

* Déterminer le ou les éventuels antécédents de 8 et de -1.

$$f(-3) = (-3)^2 = 9.$$

$$x^2 = 8.$$

$$x = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \boxed{2\sqrt{2}}$$

$$\text{ou } x = -\sqrt{8} = -2\sqrt{2}.$$

$$(-2\sqrt{2})^2 = -2\sqrt{2} \times (-2\sqrt{2}) = +4 \times 2 = 8.$$

$x^2 = -1$.
impossible.

Exercice d'application directe du cours:

$$\text{Soit } f(x) = (x-4)^2 + 7.$$

Déterminer le ou les éventuels antécédents de 7; de 11 et de 23

$$\begin{aligned} * f(x) = 7 & \Leftrightarrow (x-4)^2 + 7 = 7 \\ & (x-4)^2 + 7 - 7 = 7 - 7 \\ & (x-4)^2 = 0 \\ & (x-4) \times (x-4) = 0 \\ & x-4 = 0 \\ & x = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * f(x) = 11 & \\ & (x-4)^2 + 7 = 11 \\ & (x-4)^2 + 7 - 11 = 11 - 11 \\ & (x-4)^2 - 4 = 0 \\ & (x-4)^2 - 2^2 = 0 \\ & (x-4+2)(x-4-2) = 0 \\ & (x-2)(x-6) = 0 \\ & x-2 = 0 \text{ ou } x-6 = 0 \\ & x = 2 \text{ ou } x = 6. \end{aligned}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$* f(x) = 23.$$

$$(x-4)^2 + 7 = 23.$$

$$x^2 - 8x + 16 + 7 = 23.$$

$$x^2 - 8x + 23 = 23$$

$$x^2 - 8x = 0.$$

$$x(x-8) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x - 8 = 0.$$

$$x = 0 \text{ ou } x = 8.$$

Bilan: Pour trouver les éventuels antécédents d'un nombre K , on résout l'équation $f(x) = K$.

$$f: x \mapsto \sqrt{x}$$

