18/11/20

$\boxed{\text{Troisièmes : Fonctions numériques.}}$

Travail à faire pour le 23/11/20

n°5182.

n°960.

Rappels sur les fonctions :

$$x \xmapsto{f} y = f(x).$$

antécédent

image. unique

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 7.$$

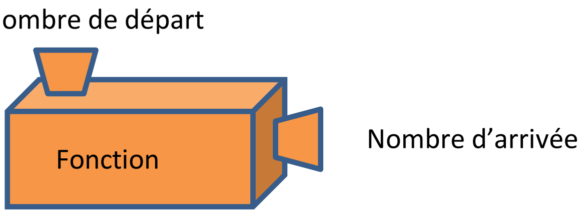
$$2 \longmapsto f(2) = 3\times 2^2 - 4\times 2 + 7 = 3\times 4 - 8 + 7 = 12 - 1 = 11.$$

* 11 est l'image de 2 par la fonction f.
* 2 a pour image 11 " " "
* Un antécédent de 11 par la fonction f est 2.

NOTION DE FONCTION

I. QU'EST-CE QU'UNE FONCTION ?

a) Définition : Processus qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.



Exemple : La fonction f qui associe à un nombre son triple augmenté de 5 peut être notée

$f : x \longrightarrow 3x + 5$ ou $f(x) = 3x + 5$

se lit « la fonction qui à x associe 3x + 5 » « f de x égal 3x + 5 »

b) Qu'est-ce qu'une image ?

Pour déterminer l'image d'un nombre, il faut déterminer le nombre d'arrivée !

Définition : Soit f la fonction qui à un nombre x associe un unique nombre noté f(x). Ce nombre f(x) est l'image de x par la fonction f.

Méthode : Pour déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule en x, il suffit de remplacer x par ce nombre.

Exemple : Soit la fonction $f : x \longrightarrow 3x + 5$ alors $f(7) = 3 \times 7 + 5 = 21 + 5 = 26$

Donc l'image de 7 par la fonction f est 26

Calculer les images de 4 ; -5 ; 9 par la fonction f

$f(4) = 3 \times 4 + 5 = 12 + 5 = 17$

$f(-5) = 3 \times (-5) + 5 = -15 + 5 = -10$

$f(9) = 3 \times 9 + 5 = 27 + 5 = 32$

c) Qu'est ce qu'un antécédent

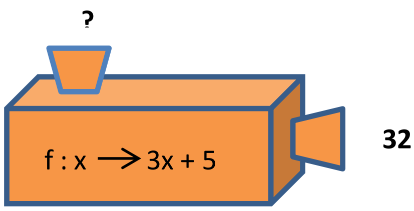
Pour déterminer un antécédent, il faut retrouver le nombre de départ !

Reprenons la fonction $f : x \longrightarrow 3x + 5$ et cherchons un antécédent de 32

Méthode : Pour déterminer le ou les antécédents d'un nombre k par f, Il suffit de résoudre f(x) = k

On va donc résoudre f(x) = 32

$3x + 5 = 32$
$3x = 27$
$x = \frac{27}{3} = 9$ Le seul antécédent de 32 par f est donc 9



Attention : *Un nombre peut ne pas avoir d'antécédent par une fonction, en avoir un seul ou plusieurs.*

II. UTILISATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION

Dans un repère orthonormal, on appelle représentation graphique d'une fonction f, l'ensemble des points de coordonnées (x ; y) avec y = f(x).

Remarque ***: un repère orthonormal a les deux axes perpendiculaires et les unités de longueurs identiques sur*** chaque *axe.*

Exemple : Soit f : x $\longrightarrow$ 0,25x² - 5

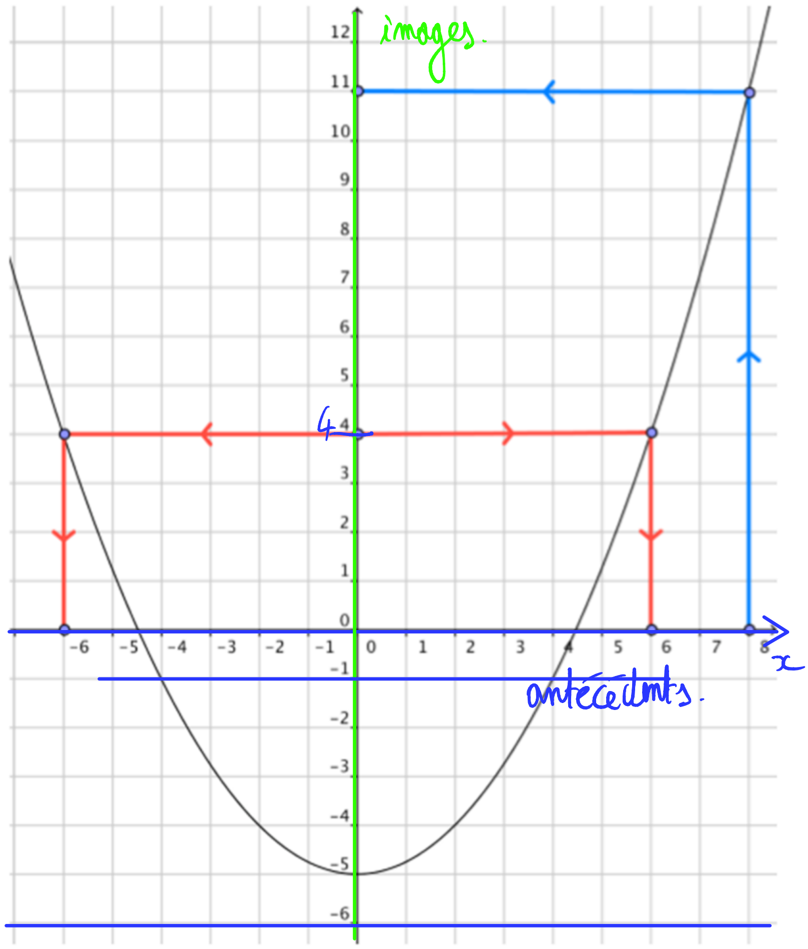
Tout point de la courbe C possède des coordonnées de la forme (x ; f(x)).

A (6 ; 4) appartient à la courbe car

f(6) =

B (5 ; 1) appartient à la courbe car

f(5) =



Méthode : pour déterminer graphiquement l'image du nombre 8, on se place sur l'axe des abscisses, on repère l'abscisse 8 et à l'aide de la courbe, on trouve son ordonnée 11.

Quelle est l'image de f de 4 ?

$f(4) = 0$

Quelle est l'image de f de 0 ?

$f(0) = -5.$

Pour déterminer graphiquement **le ou les** antécédents du nombre 4, on se place sur l'axe des ordonnées, on repère l'ordonnée de 4 et à l'aide de la courbe, on trouve la ou les abscisses correspondantes -6 et 6.

Quels sont les antécédents par f de -4 ? -5 ? -1 ? – 6 ?

antécédents de -4 : -2 et 2.

" " -5 : 0.

" " -1 : 4 et -4.

" " -6 : pas d'antécédents.

III. UTILISATION D'UN TABLEAU

Exemple 1 :

Soit g une fonction. On considère le tableau de valeurs suivantes :

x	-4	-2	1	5	10
g(x)	4	1	4	-2	5

1) Quelle est l'image de 1 par la fonction g ?

L'image de 1 par la fonction g est 4

2) Donne g(-2) = **1**
3) Donne un antécédent par la fonction g du nombre 1.

Un antécédent par la fonction g du nombre 1 est -2

4) Donner deux antécédents par la fonction g du nombre 4.

Deux antécédents par la fonction g du nombre 4 sont -4 et 1.

Exemple 2 :

On considère la fonction h définie par $h(x)= 2x^2 -3x + 7$

Compléter le tableau ci-dessous :

x	-5	-2	0	3
h(x)	72	21	7	16

$h(-5)=2\times(-5)^2 -3\times(-5) + 7 = 2\times 25 + 15 + 7 = 72$

On procède de la même façon pour les autres valeurs.

1) Quelle est l'image de -2 par la fonction h ?

L'image de -2 par la fonction h est 21.

2) Calculer l'image de $\frac{2}{3}$

$h(\frac{2}{3}) = 2 \times (\frac{2}{3})^2 - 3 \times (\frac{2}{3}) + 7 = 2\times (\frac{4}{9}) - 2 + 7 = \frac{8}{9} - \frac{18}{9} + \frac{63}{9} = \frac{53}{9}$

L'image de $\frac{2}{3}$ par la fonction h est $\frac{53}{9}$.

Exercice d'application : Soit une fonction f définie par la relation suivante :

$(-2) \longmapsto f(-2)$

$(-2)^2 = 4.$

$$f(x) = x^2 \iff f : x \longmapsto x^2$$

équivalent

$f(3) = 3^2 = 9$

1) Calculer l'image de $2a+b$ où a et b sont deux nombres inconnus mais fixés.
2) Déterminer le ou les éventuels antécédents de 0.
3) Déterminer le ou les éventuels antécédents de 25.
4) " " " " de -1.

$(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2.$

$f(x) = x^2$ $\quad f(5) = 5^2$

$f(2) = 2^2$ $\quad f(a) = a^2$

$f(3) = 3^2$ $\quad f(a+i) = (a+i)^2$

$f(2a+b) = (2a+b)^2$

1) $f(2a+b) = (2a+b)^2 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times b + b^2.$

$= \boxed{4a^2 + 4ab + b^2.}$

2) $f(x) = 0.$
$x^2 = 0$
$x = 0$

L'antécédent de 0 par la fonction f est 0.

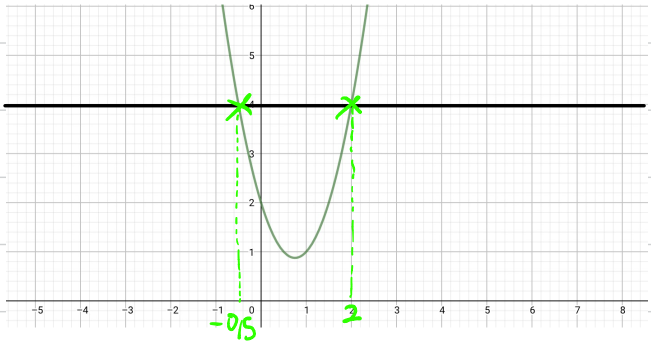
$a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b).$

3) $f(x) = 25$
$x^2 = 25$
$x^2 - 25 = 0.$
$x^2 - 5^2 = 0$
$(x+5)(x-5) = 0.$
$x+5 = 0$ ou $x-5 = 0.$
$\boxed{x = -5}$ ou $\boxed{x = +5}$

4) On résout l'équation :
$f(x) = -1.$
$x^2 = -1.$

Cette équation n'a pas de solution donc -1 a aucun antécédent.

Un nombre élevé au carré est toujours positif.



Comment trouver graphiquement les antécédents d'une image.

1) On veut résoudre $f(x) = 4$.

2) On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses qui passe par l'ordonnée 4.

3) On relève les points d'intersections de cette droite et la courbe et on lit leurs abscisses qui sont les antécédents.

Ici les antécédents sont $-0{,}5$ et 2.

<u>Faire l'exercice 972.</u>

1)

x	0	3	6	8	10
$f(x)$	0	1	3	6	8.

Tableau de valeur de la fonction f.

2) a) $f(9) \simeq 7{,}2$.

b) L'antécédent de 4 vaut environ $6{,}8 \iff f(6{,}8) \simeq 4$.

Exemple : Comment tracer la courbe représentative d'une fonction ?

$f(x) = x^2 - 2$.

Tableau de valeur.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	7	2	-1	-2	-1	2	7

$f(-3) = (-3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$.

$f(-2) = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

Graphique