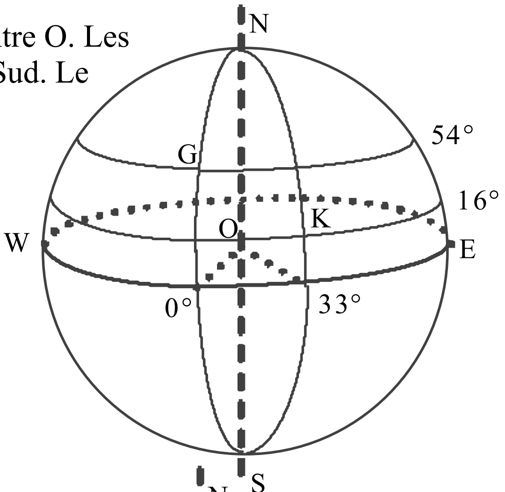
3ème — La sphère terrestre

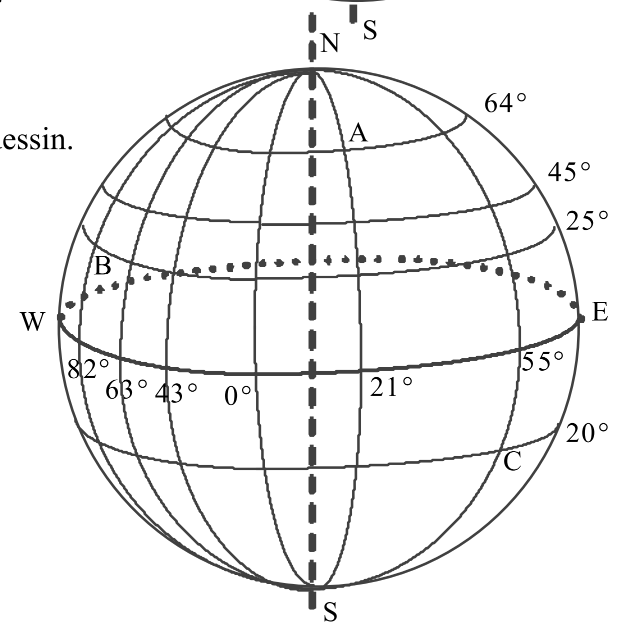
1°) Coordonnées géographiques

On assimilera la terre à une sphère de 6400 km de rayon et de centre O. Les points N et S représentent respectivement le pôle Nord et le pôle Sud. Le cercle de diamètre [WE] est l'équateur.
Le demi–cercle de diamètre [NS] qui passe par G s'appelle Méridien de Greenwich.



a) On repère un point sur la terre par la donnée de :
- sa longitude est l'angle en degrés qu'il fait avec le Méridien de Greenwich suivi de la lettre W (West) ou E (East).;
  pour Kartoum (repéré par le point K) : …………………
- sa latitude est l'angle en degrés entre le parallèle du point et l'équateur, suivi de la lettre N (North) ou S (south).
  Pour Kartoum : ………

Les coordonnées de Kartoum sont (……. ; …….).

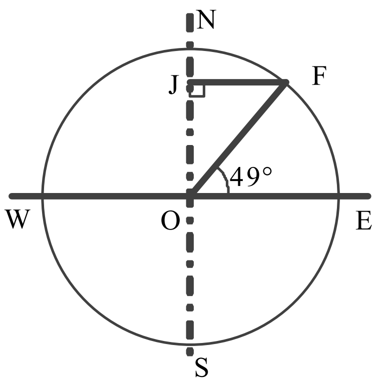


b) Complète les coordonnées ou place les points sur le dessin.
- Montreal (63°W 47°N)
- Rio de Janeiro (43°W 23°S)
- La Voulte (4°E 45°N)
- A : Oslo (…………)
- B : Miami (…………)
- C : St Denis de La réunion (…………)

c) Donne les coordonnées d'un point qui serait aux antipodes de La Voulte.
A cet endroit se trouve une île, sais–tu comment elle s'appelle ?

2°) Calculs de distances

a) Calcule la longueur de l'équateur
b) En observant le plan en coupe de la terre ci–contre, calcule le rayon puis la longueur du 49ème parallèle.
c) On donne les coordonnées suivantes :
Vancouver (Canada) (122°W 49°N)
Embi (Kazakhstan) (58°E 49°N)
Outre qu'elles sont sur le même parallèle, que peut–on dire de ces 2 villes ?



d) Calcule la distance Vancouver Embi si l'on suit le 49ème parallèle.
Calcule la distance Vancouver Embi si l'on passe par le pôle Nord.
Quelle est la distance la plus courte ?

3°) Calculs de temps

La terre est divisée en 24 fuseaux horaires. L'heure de Greenwich est l'heure internationale de référence appelée GMT (Greenwich Meridian Time).
a) A quelle longitude a–t–on l'heure à GMT+1 ?
b) Quel est le décalage horaire réel de La Voulte ? de Montréal ?
c) Que peut–on dire du méridien opposé au méridien de Greenwich ?

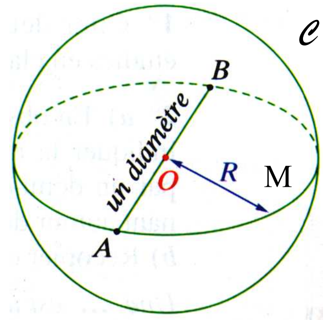
Solides : sections et volume d'une boule

I. Sphères et boules

a. Définition d'une boule

Une boule de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace tels que $OM \leq R$

Exemple : cette sphère a pour centre O et pour rayon R.



- [AB] est un diamètre de la sphère
- Les points A et B sont ***diamétralement opposés***
- Le cercle $\mathscr{C}$ ***est un grand cercle de la sphère.***

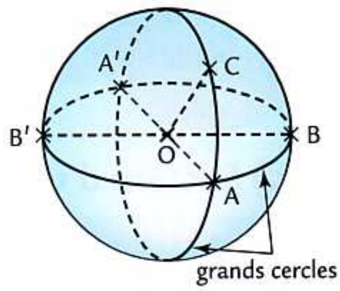
b. Remarques

- Un **diamètre** de la sphère est un segment qui joint deux points de la sphère et qui passe par son centre O.
- Toute droite passant par le centre d'une sphère coupe celle-ci en deux points *diamétralement opposés.*
- Un cercle de centre O et de rayon R s'appelle **un grand cercle de la sphère**.

Exemple :

Les points appartenant à une sphère sont représentés sur des cercles de la sphère de centre O appelés **grands cercles.**

[OB] et [OC] sont deux rayons de la sphère, donc OB = OC.



La boule est un solide. Ce terme désigne à la fois la surface et l'intérieur du solide.

II. Aire et volume

1. Aire d'une sphère

L'aire *A* d'une sphère de rayon R est : $A = 4 \times \pi \times R^2 = 4\pi R^2$

Calculer au *millimètre près*, le rayon d'une sphère d'aire 20cm².

$$4\pi R^2 = 20 \quad d'où \quad R^2 = \frac{20}{4\pi} = \frac{5}{\pi} \quad donc, comme \quad R > 0 \quad R = \sqrt{\frac{5}{\pi}} \approx 1{,}3cm$$

2. Volume d'une boule

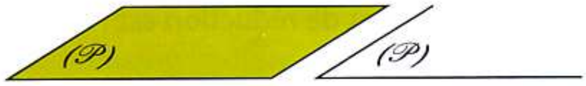
Le volume *V* d'une boule de rayon R est : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$

Calculer le volume V d'une boule de diamètre 10 cm.

$$R = \frac{D}{2} = \frac{10}{2} = 5cm \quad d'où \quad V = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \approx 523{,}6cm^3$$

III. Sections de solides par un plan

Pour avoir une représentation d'un plan, on peut, par exemple,
Imaginer une plaque métallique très fine et rigide dont on peut indéfiniment augmenter les dimensions.
Un plan est souvent représenté ainsi.

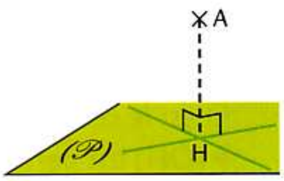


1. Intersection

L'intersection d'un plan et d'un solide est appelée section du solide par ce plan.

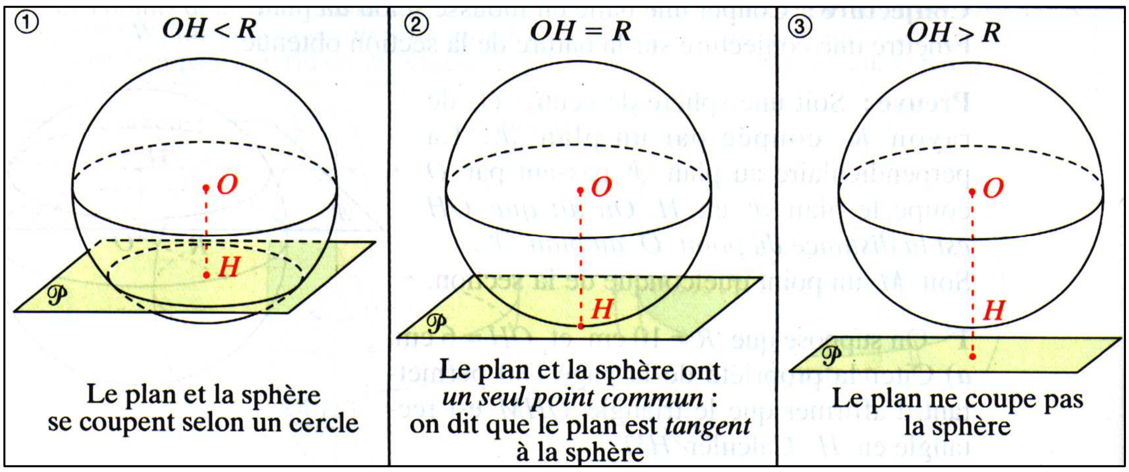
2. Distance d'un point à un plan

La distance d'un point A à un plan (*P*) est la distance AH où H est le point d'intersection du plan (*P*) et de la droite perpendiculaire à ce plan passant par A.



IV. Section d'une sphère par un plan

Soit un plan (*P*) et une sphère de centre O, de rayon R.
Soit *H* le point du plan *(P)* tel que la droite (OH) soit perpendiculaire au plan (*P*).
Trois cas possibles :



1. Théorème (admis)

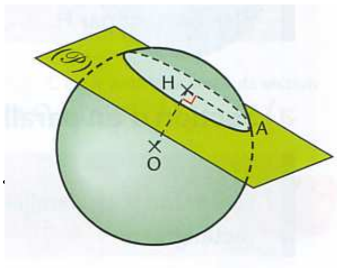
La section d'une sphère par un plan est un cercle (cas 1 ci-dessus).

Cas particulier

La section d'une sphère par un plan passant par le centre de la sphère est appelé *grand cercle* de la sphère : son rayon est égal à celui de la sphère.

2. <u>Propriété</u>

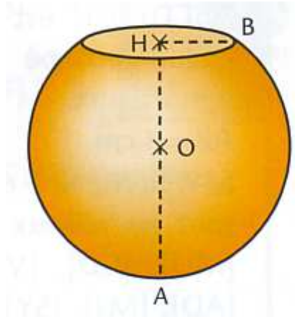
La droite qui joint le centre du cercle de section et le centre de la sphère est perpendiculaire au plan de section.



O est le centre de la sphère et H le centre de la section :

- (OH) est perpendiculaire à *(P)*
- (OH) est perpendiculaire à (AH)
- (OH) est perpendiculaire à tous les rayons du cercle de section.
- OH est la distance de O au plan *(P)*

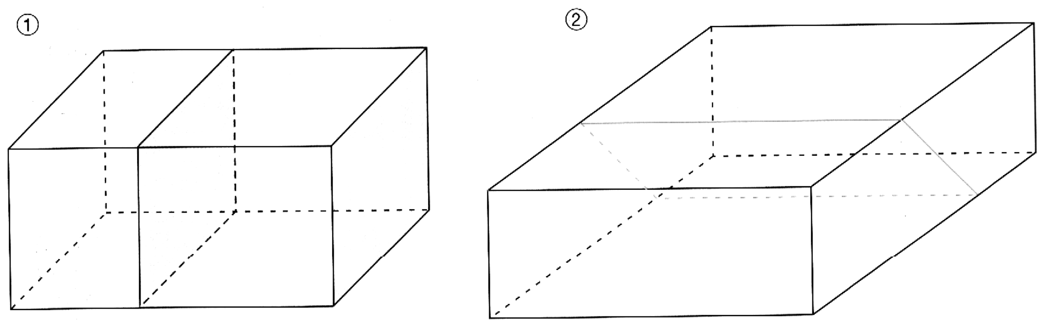
<u>Exemple : Calculer la longueur d'un segment dans l'espace</u>



La figure ci-contre représente une sphère « sectionnée » de centre O et de rayon 5 cm. H est le centre du cercle de section.
On sait que OH = 4cm. **Calculer HB.**
HBO est un triangle rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore
$HB^2 = OB^2 - OH^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$ d'où $HB = \sqrt{9} = 3$
donc **HB = 3cm**

V. <u>Section d'un pavé droit</u>

Propriétés (admises)



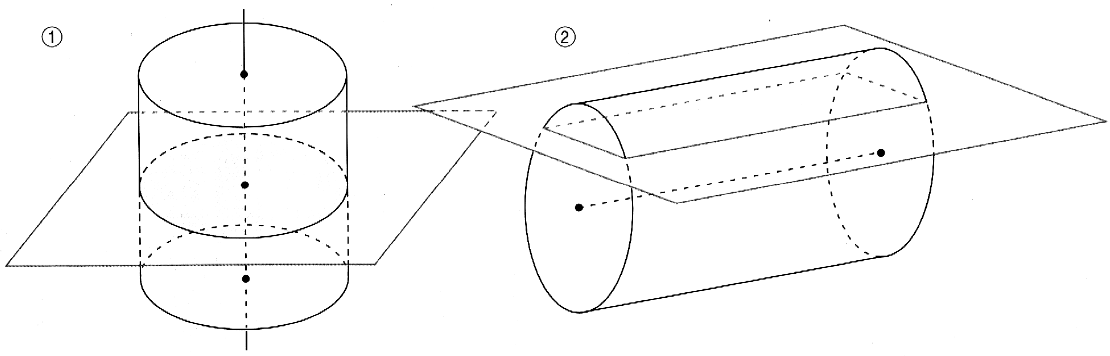
La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face est un rectangle superposable à cette face. (C'est, évidemment, un carré dans le cas du cube.)	La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête est un rectangle (dont une dimension est la longueur de cette arête).

<u>Cas particulier</u> :

La section d'un cube par rapport à un plan parallèle à une face est un carré.

VI. Section d'un cylindre de révolution

Propriétés (admises)



La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à son axe est un disque superposable aux disques de base.

La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe est un rectangle (dont une des dimensions est la hauteur du cylindre).

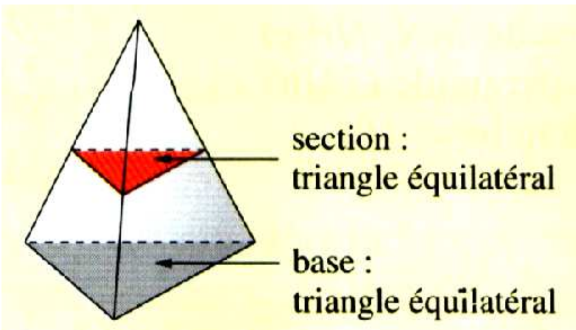
Dans le cas ①, le plan est parallèle aux bases.

Dans le cas ②, si le plan contient l'axe du cylindre, l'autre dimension du rectangle est le diamètre du cylindre.

VII. Section d'une pyramide ou d'un cône de révolution

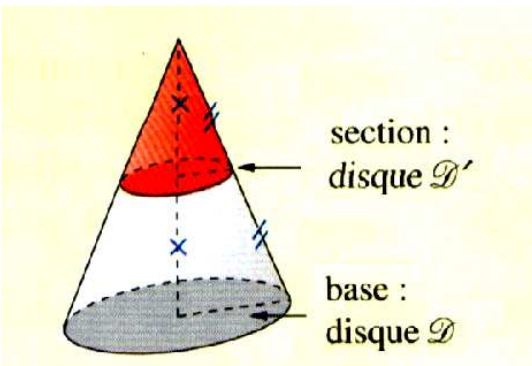
1) Pyramide

La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone de même nature que le polygone de base.



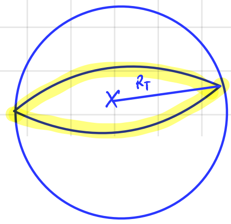
2) Cône de révolution

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un disque.



05/05/21

Troisième : Géométrie - Cours et TD



S

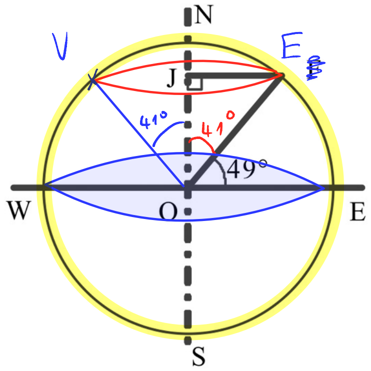
2°) Calculs de distances

a) Calcule la longueur de l'équateur

b) En observant le plan en coupe de la terre ci–contre, calcule le rayon puis la longueur du 49ème parallèle.

c) On donne les coordonnées suivantes :
Vancouver (Canada) (122°W 49°N)
Embi (Kazakhstan) (58°E 49°N)
Outre qu'elles sont sur le même parallèle, que peut–on dire de ces 2 villes ?

d) Calcule la distance Vancouver Embi si l'on suit le 49ème parallèle.
Calcule la distance Vancouver Embi si l'on passe par le pôle Nord.
Quelle est la distance la plus courte ?



$R_T = 6371$

3°) Calculs de temps

2)a) Calculons le la longueur de l'équateur : $P_0 = 2 \times \pi \times R_T = 2 \times \pi \times 6371$

$= \boxed{40\,030 \text{ km.}}$

2)b) Le triangle JOF est rectangle en J. Donc on a :

$$\sin(\widehat{JOF}) = \frac{JF}{OF} \iff JF = OF \times \sin(\widehat{JOF}).$$

$$JF = 6371 \times \sin(41)$$

$$\boxed{JF = 4\,180 \text{ km.}}$$

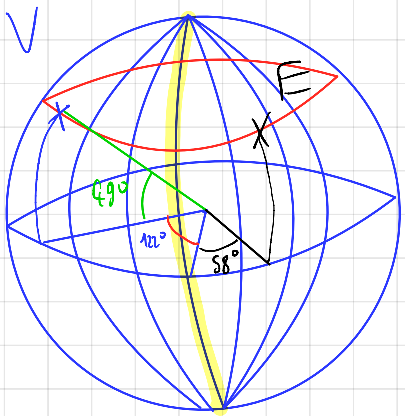
On calcule alors le périmètre du 49ème parallèle :

$$P_{49} = 2 \times \pi \times R_{49}$$

$$P_{49} = 2 \times \pi \times 4\,180$$

$$\boxed{P_{49} = 26\,262 \text{ km.}}$$

c)



On remarque que Vancouver et Embi sont diamétralement opposé sur le 49ème parallèle car $122 + 58 = 180°$.

d) Si l'on suit le 49ème parallèle, on parcourt la distance V – E :

$$d = \frac{P_{49}}{2} = \frac{26\,262}{2} = \boxed{13\,131 \text{ km}}$$

$360° \longleftrightarrow 40\,030$ km.

$82° \longleftrightarrow x$

$$x = \frac{82 \times 40\,030}{360} = \boxed{9\,118 \text{ km.}}$$

3°) Calculs de temps

La terre est divisée en 24 fuseaux horaires. L'heure de Greenwich est l'heure internationale de référence appelée GMT (Greenwich Meridian Time).

a) A quelle longitude a–t–on l'heure à GMT+1 ?

b) Quel est le décalage horaire réel de La Voulte ? de Montréal ?

c) Que peut–on dire du méridien opposé au méridien de Greenwich ?

a) La Terre est partagée en 24 fuseaux horaires :

$$\frac{360}{24} = 15°.$$

Ainsi GMT+1 correspond à $15°$E.

b)

2. Cône : (+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 5691

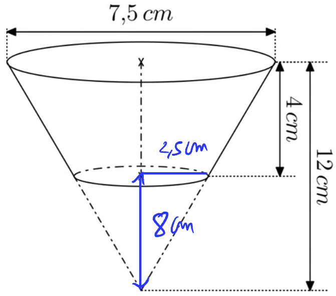
Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Un moule à muffins *(des patisseries)* est constitué de 9 cavités.

Toutes ces cavités sont identiques.

Chaque cavité a la forme d'un tronc de cône *(cône coupé par un plan parallèle à sa base)* représenté ci-contre.

Les dimensions sont indiquées sur la figure ci-contre.



Rappels :

- Volume d'un cône de rayon de base r et de hauteur h : $V = \frac{1}{3} \times r^2 \times \pi \times h$
- $1\,\ell = 1\,dm^3$

1. Montrer que le volume d'une cavité est d'environ $125\,cm^3$.
2. Léa a préparé 1 litre de pâte. Elle veut remplir chaque cavité du moule au $\frac{3}{4}$ de son volume. A-t-elle suffisamment de pâte pour les 9 cavités du moule? Justifier la réponse.

Exercice 5676

La figure ci-dessous est composée de deux cônes de révolution partageant le même disque de base qui a un rayon de mesure $3\,cm$.

1) On calcule le volume du grand cône :

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h.$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{7,5}{2}\right)^2 \times 12 = 176,7 \text{ cm}^3.$$

Facteur d'agrandissement :

$$k = \frac{12}{8} = 1,5 \qquad \frac{7,5}{1,5} = 5 \text{ cm.}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi \times 2,5^2 \times 8$$

$$V_2 = 52,4 \text{ cm}^3.$$

$$V_{\text{cavité}} = V_1 - V_2$$

$$= \boxed{124,3 \text{ cm}^3}$$

Finir l'exercice 56,91 pour le 12/05/21.