Jeudi 23 décembre 2021.

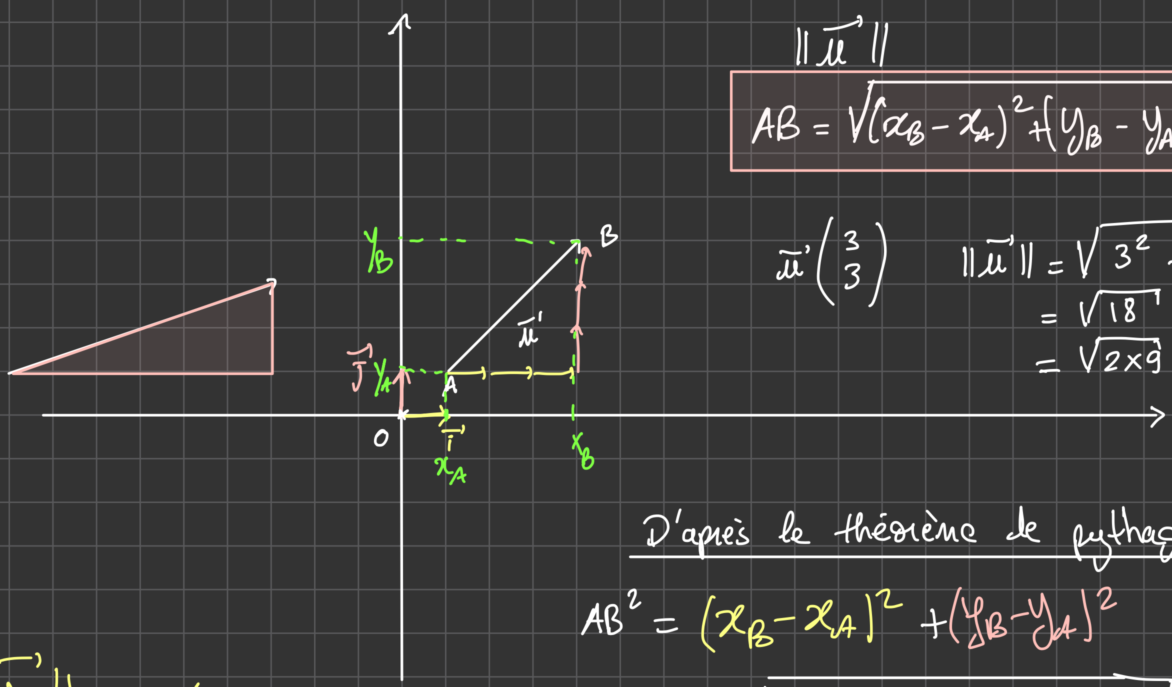
Seconde GT : Vecteurs.

- <u>direction</u> : droite sur laquelle se trouve le vecteur
- <u>sens</u> : sens de déplacement sur la droite
- <u>norme</u> : longueur, taille du vecteur.

$$\|\vec{u}\| \geq 0$$

$\|\vec{u}\|$

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$



$\vec{u}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

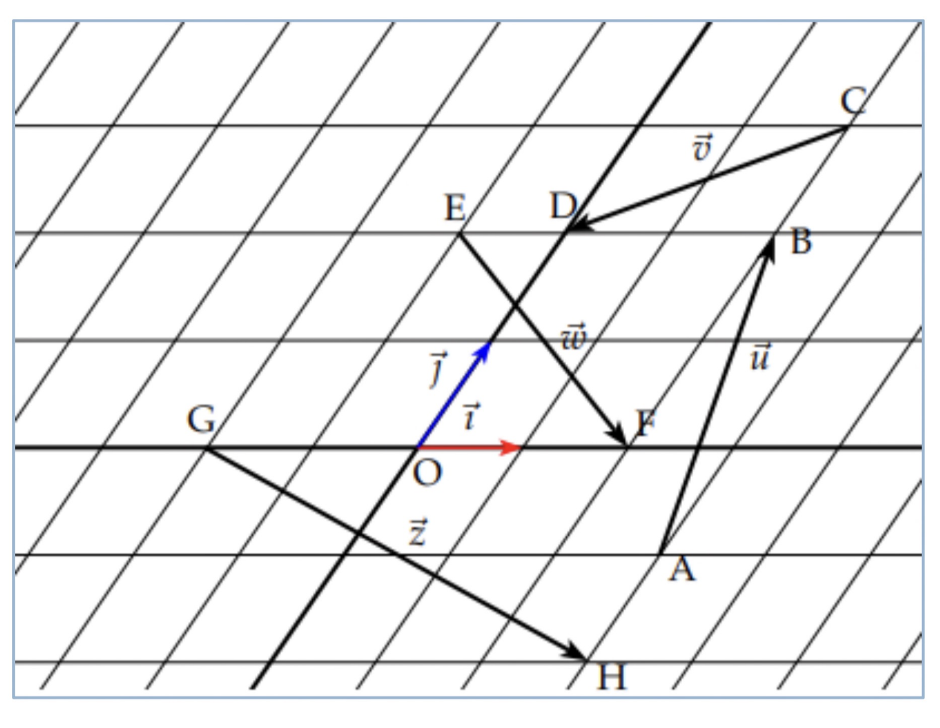
$$\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{18}$$
$$= \sqrt{2 \times 9} = \sqrt{2} \times \sqrt{9}$$
$$= 3\sqrt{2}$$

<u>D'après le théorème de pythagore :</u>

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\|3\vec{i}\| = x_B - x_A$$
$$\|3\vec{j}\| = y_B - y_A$$



Cherchons les coordonnées de chaque vecteur.

coordonnées du point d'arrivée − coordonnées du point de départ.

$\vec{u} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 - 3 \\ 2 - (-1) \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \vec{\imath} \\ \vec{\jmath} \end{matrix}$ $\quad \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{10}$.

$\vec{w} = \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 2 - (-1) \\ 0 - 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \vec{\imath} \\ \vec{\jmath} \end{matrix}$ $\quad \|\overrightarrow{EF}\| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$

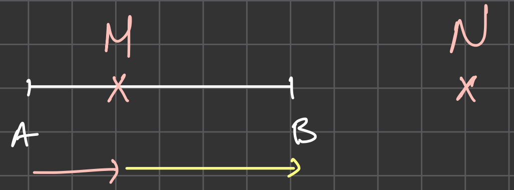
$\vec{v} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 0 - 2 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \vec{\imath} \\ \vec{\jmath} \end{matrix}$

$$\boxed{\text{Si } \vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ alors } \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

Exercice 7

A et B sont deux points tels que AB = 6 cm. Placer les points M et N définis par les relations suivantes :

$$2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0} \quad \text{et} \quad 2\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{0}$$



$$2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0}$$
$$2\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{BM}$$
$$2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$$
$$\|\overrightarrow{AM}\| < \|\overrightarrow{MB}\|$$

$$2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0}$$
$$2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{0}$$
$$3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$$
$$3\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{BA}$$
$$3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$$
$$\boxed{\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}}$$

$$2\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{0}$$
$$2\overrightarrow{NA} - 5(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{0}$$
$$2\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$$
$$-3\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$$
$$-3\overrightarrow{NA} = 5\overrightarrow{AB}$$
$$3\overrightarrow{AN} = 5\overrightarrow{AB}$$
$$\boxed{\overrightarrow{AN} = \frac{5}{3}AB}$$

$$\frac{5}{3} \times 6 = \frac{30}{3} = 10$$

$$\overrightarrow{AN} = k\,\overrightarrow{AB}$$
$$\uparrow$$

Exercice 9

[AB] est un segment de longueur 8 cm.

Placer le point M tel que : $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$

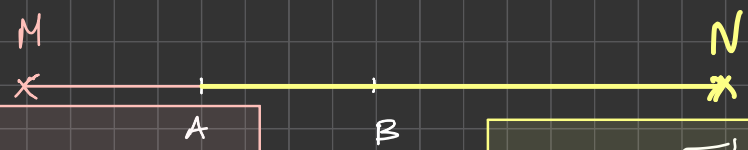
$$\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$$
$$\overrightarrow{MA} + 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{0}$$
$$\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$$
$$4\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{AB} = 0$$
$$4\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{AB}$$
$$-4\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{AB}$$
$$\boxed{\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}}$$

$$\frac{3}{4} \times 8 = 6$$

Exercice 10

(AB) est une droite. Prendre AB = 2 cm. Les points M et N sont tels que :

$$3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0} \quad \text{et} \quad -2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{0}$$



$$3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0}$$
$$3\overrightarrow{AM} - 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}) = \overrightarrow{0}$$
$$3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{0}$$
$$\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$$
$$\boxed{\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BA}}$$

$$-2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{0}$$
$$-2\overrightarrow{NA} + 3(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{0}$$
$$-2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$$
$$\boxed{\begin{array}{l}\overrightarrow{NA} = -3\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB}\end{array}}$$

EXERCICE 16

Dans chaque cas, dire si les vecteurs sont colinéaires :

a) $\vec{u}(2;-3)$ $\vec{v}\left(-1;-\frac{1}{3}\right)$

b) $\vec{u}\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$ $\vec{v}\left(\frac{6}{5};\frac{4}{5}\right)$

EXERCICE 17

Dans chaque cas, déterminer le réel m pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires

a) $\vec{u}(2;6)$ $\vec{v}(m;3)$

b) $\vec{u}(-m;0)$ $\vec{v}(1;-3)$

c) $\vec{u}(27;2m)$ $\vec{v}(2m;3)$

$\vec{u} = k\vec{v}$

$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\vec{v}'\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

$\det(\vec{u}',\vec{v}') = xy' - x'y = 0$ alors $\vec{u} = k\vec{v}'$

$\vec{u}'\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{v}'\begin{pmatrix} -1 \\ -1/3 \end{pmatrix}$

- $\det(\vec{u}'.\vec{v}') = 2 \times \left(\frac{-1}{3}\right) - (-3)\times(-1)$

$= -\frac{2}{3} - \frac{3\times 3}{3} = -\frac{11}{3}$

$\vec{u}'$ et $\vec{v}'$ ne sont pas colinéaires.

b) $\vec{u}\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/3 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 6/5 \\ 4/5 \end{pmatrix}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} - \frac{6}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{\cancel{4}^{\times 2}}{10_{\cancel{\times 5}}} - \frac{6_{\cancel{\times 2}}}{15_{\cancel{\times 5}}}$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{2}{5}$$

$$= 0$$

Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Ex 17 :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} m \\ 3 \end{pmatrix}$

$$2 \times 3 - 6 \times m = 0$$

$$-6m = -6$$

$$\boxed{m = 1}$$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix} -m \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$-m \times (-3) - 0 \times 1 = 0$$

$$3m = 0$$

$$\boxed{m = 0}$$