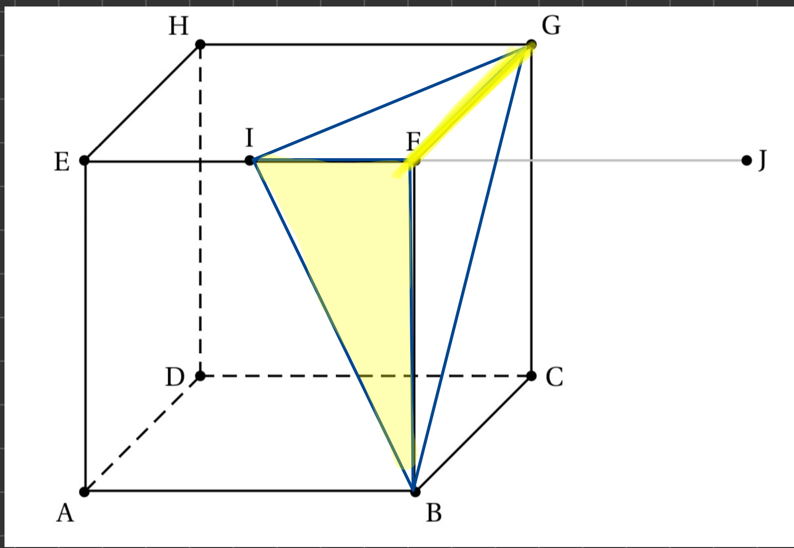
Plus De Bonnes Notes

TG : Spé-maths - prépa bac.

Samedi 19 février 2022.

Exo 2.

3.a.



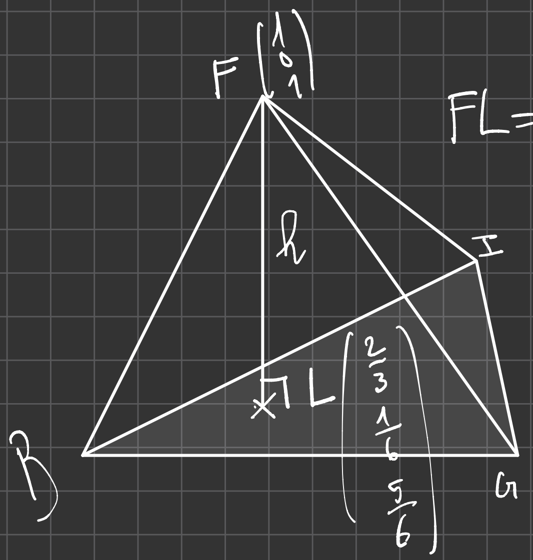
$V = \frac{1}{3}$ aire de $(BFI) \times FG$.

$V = \frac{1}{3} \times \frac{IF \times FB}{2} \times FG$.

$V = \frac{1}{3} \times \frac{\frac{1}{2} \times 1}{2} \times 1$.

$\boxed{V = \frac{1}{12} \text{ u.a}}$

3.b.



$FL = \sqrt{\left(1-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2 + \left(1-\frac{5}{6}\right)^2}$

$FL = \sqrt{\frac{1^{\times 4}}{9_{\times 4}} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36}}$

$FL = \sqrt{\frac{6}{36}}$

$FL = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

$V = \frac{1}{3} \mathcal{A}(BGI) \times FL$

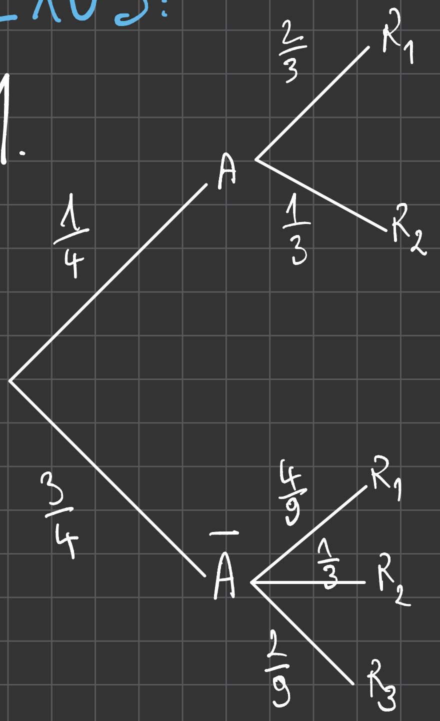
$\mathcal{A}(BGI) = \frac{V}{\frac{1}{3} FL} = \frac{3V}{FL} = \frac{3 \times \frac{1}{12}}{\frac{\sqrt{6}}{6}}$

$\mathcal{A}(BGI) = 3 \times \frac{1}{\cancel{6} \times 2} \times \frac{\cancel{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3 \times \sqrt{6}}{2\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{2 \times 6}$

$$\boxed{\mathcal{A}(BGI) = \frac{\sqrt{6}}{4}}.$$

Exo 3:

1.



2.a. $P(A \cap R_2) = P(A) \times P_A(R_2)$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{12}}.$$

b. D'après la formule des probabilités totales:

$$P(R_2) = P(A \cap R_2) + P(\bar{A} \cap R_2).$$

$$= P(A) \times P_A(R_2) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(R_2).$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{12} = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}.$$

c. D'après la formule des probabilités conditionnelles, on a:

$$P_{R_2}(A) = \frac{P(R_2 \cap A)}{P(R_2)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\cancel{12}_{4}} \times \frac{\cancel{3}}{1} = \boxed{\frac{1}{4}}.$$

3. • $P(X=1) = P(R_1) = P(A \cap R_1) + P(\bar{A} \cap R_1) = P(A) \times P_A(R_1) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(R_1).$

$$P(X=1) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{2_{\times 3}}{12_{\times 3}} + \frac{12}{36} = \frac{6}{36} + \frac{12}{36} = \frac{18}{36} = \boxed{\frac{1}{2}}.$$

• $P(X=2) = P(R_2) = \boxed{\frac{1}{3}}.$

• $P(X=3) = P(\bar{A} \cap R_3) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(R_3) = \frac{\cancel{3}}{{}_2\cancel{4}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{9}\,3} = \boxed{\frac{1}{6}}$

D'où la loi de probabilité de X : $k \in [\![1;3]\!]$.

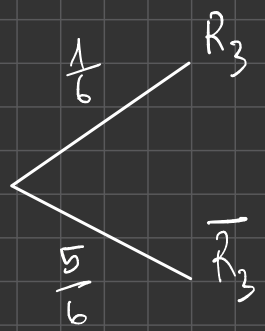
$X=k$	$X=1$	$X=2$	$X=3$.
$P(X=k)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

3. $$E(X) = \sum_{i=1}^{3} P(X=i) \cdot i = \frac{1}{2}\times 1 + \frac{1}{3}\times 2 + \frac{1}{6}\times 3.$$
$$= \frac{5}{3} \simeq 1,67 \text{ (à } 10^{-2} \text{ près).}$$

En moyenne, une personne qui se présente à l'examen, le réussit au bout de 1,67 fois.

4. Dans ce contexte, on considère la variable aléatoire Y qui comptabilise le nombre de personnes ayant réussi la 3ème fois. Ainsi Y suit la loi binomiale de paramètres $\mathcal{B}\left(n; \frac{1}{6}\right)$.

Schéma de Bernoulli



$$P(Y=0) = \binom{n}{0} \times \left(\frac{1}{6}\right)^0 \times \left(1-\frac{1}{6}\right)^n = 1 \times 1 \times \left(\frac{5}{6}\right)^n = \left(\frac{5}{6}\right)^n.$$

Or :
$$P(\overline{Y=0}) = 1 - P(Y=0) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n.$$

Réponse : $\overline{Y=0} = Y \geq 1$: Au moins une personne a réussi son permis la 3ème fois.

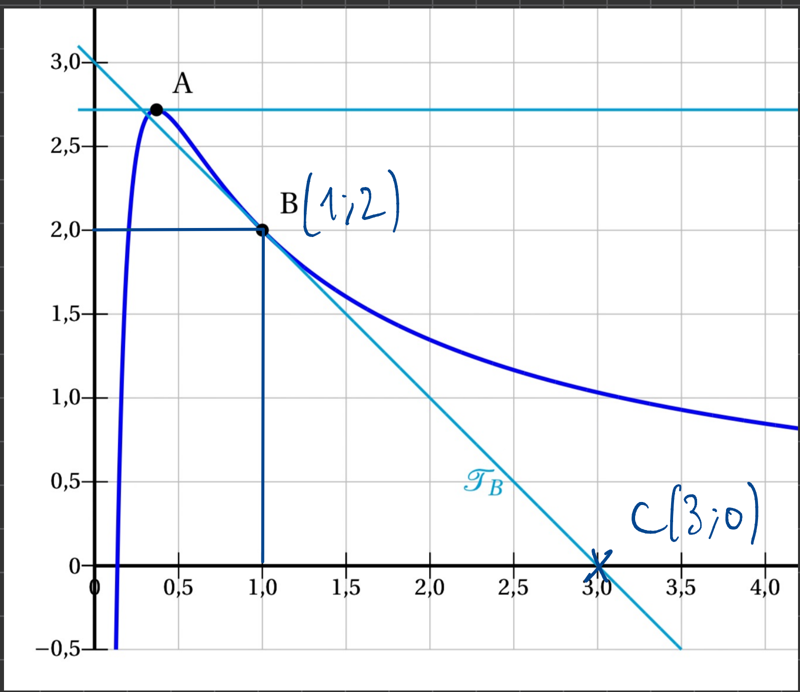
b. L'algorithme renvoie $n=13$. Lorsqu'on aura interrogé plus de 13 personnes nous serons sûrs à plus 90 % que dans l'échantillon des n personnes il y aura au moins 1 personne ayant passé son permis la 3ème fois.

EXO A :

1. Par définition, $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ est le coefficient directeur de $\mathcal{T}_A$:

$f'\left(\frac{1}{e}\right) = 0$. car la tangente est horizontale.

De même $f'(1) = \dfrac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \dfrac{0-2}{3-1} = \dfrac{-2}{2} = -1$.



2. $\mathcal{T}_B : y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$y = -1(x-1) + 2$.

$y = -x + 1 + 2$

$\boxed{y = -x + 3}$.

1. $f(x_A) = f\left(\frac{1}{e}\right) = \dfrac{2 + \ln\left(\frac{1}{e}\right)}{\frac{1}{e}} = \dfrac{2 - \ln(e)}{\frac{1}{e}} = \dfrac{2-1}{\frac{1}{e}} = e$.

$= y_A$.

$A \in \mathcal{C}_f$.

$f(x_B) = f(1) = \dfrac{2 + \ln(1)}{1} = \dfrac{2+0}{1} = 2 = y_B$ donc $B \in \mathcal{C}_f$.

$$f(x) = 0 \iff \frac{2+\ln(x)}{x} = 0$$

$$\iff 2+\ln(x) = 0.$$

$$\iff \ln(x) = -2.$$

$$\iff e^{\ln(x)} = e^{-2}$$

$$\iff \boxed{x = e^{-2}}$$

$(Ox) \cap \mathcal{C}_f$ est unique car l'éq° $f(x)=0$ n'admet qu'une seule solution: $I(e^{-2};0)$.

2. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} 2+\ln(x) = -\infty$ $\quad$ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x = 0^+$

Par quotient de limites, $\boxed{\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty}$.

<u>en $+\infty$</u> $\quad f(x) = \dfrac{2+\ln(x)}{x} = \dfrac{2}{x} + \dfrac{\ln(x)}{x}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2}{x} = 0$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$ par croissance comparée.

Par somme de limites, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0$.