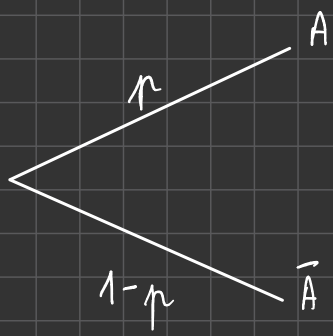
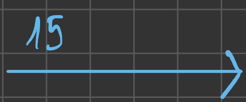
Plus De Bonnes Notes

Épreuve de Bernoulli :

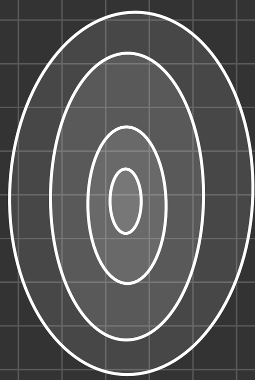


On répète cette épreuve de Bernoulli n fois de manière indépendante, la variable aléatoire X qui compte le nombre de fois que A s'est réalisé suit la loi binomiale de paramètres $\mathcal{B}(n;p)$.

$$\boxed{P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^{k} \times (1-p)^{n-k}}$$

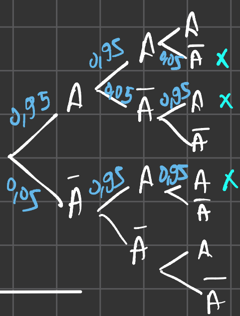


$p = 0{,}95$.



$X=3$: sur les 15 flèches tirées, il en réussit 3.

$$P(X=3) = \binom{15}{3} \times 0{,}95^{3} \times 0{,}05^{12}$$



$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{\cancel{1\times2\times3\times\cdots\times k}\times\cdots\times n}{\cancel{1\times2\times3\times\cdots\times k}\times(n-k)!}$$

$P(X=2) = \binom{3}{2}$

Plus De Bonnes Notes

$$\binom{3}{2} = \frac{\cancel{1}\times 2\times 3}{\cancel{1\times 2}\times 1} = 3.$$

Calculatrice

$P(X=3)$.

$(X \leq 3) = X=0$ ou $X=1$ ou $X=2$ ou $X=3$

$P(X\leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$.

$$P(X\geq 8) = 1 - P(\overline{X\geq 8})$$

$P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

$$= 1 - P(X<8).$$

$$= 1 - P(X\leq 7).$$

$$= 0{,}99$$

Exercice 1 :
X suit une loi binomiale de paramètre $n = 40$ et $p = 0{,}35$. Calculer les probabilités suivantes :

1) $P(X = 3)$ **2)** $P(X \leq 20)$
3) $P(X < 17)$ **4)** $P(X > 15)$
5) $P(10 \leq X \leq 35)$ **6)** $P(6 < X < 24)$

1) $P(X=3) = 5{,}07 \times 10^{-5}$

2) $P(X\leq 20) = 0{,}98$.

3) $P(X<17) = P(X\leq 16) = 0{,}80$.

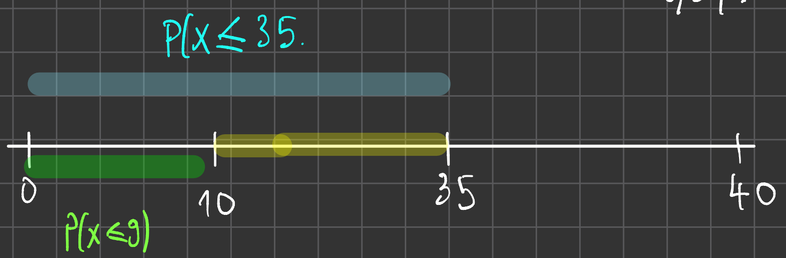
4) $P(X>15) = 1 - P(P\leq 14)$

$= 0{,}43$.

5) $P(10\leq X\leq 35)$

$= P(X\leq 35) - P(X\leq 9)$

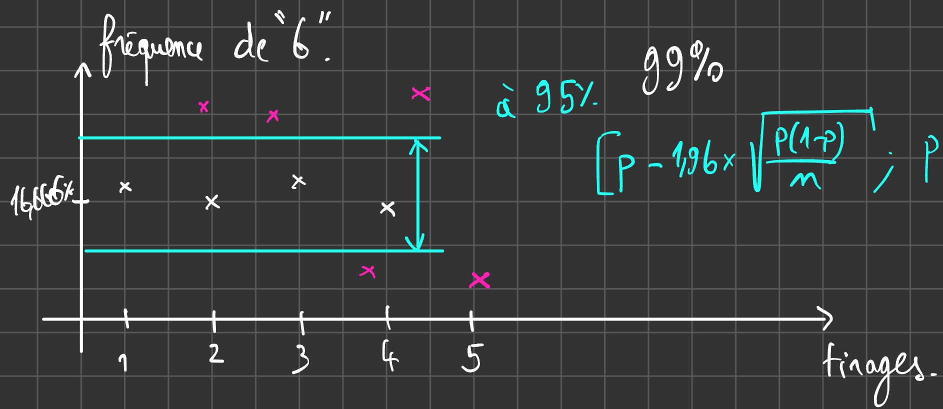
$= 0{,}94$.



6) $P(6<X<24) = P(7\leq X\leq 23) = P(X\leq 23) - P(X\leq 6)$.

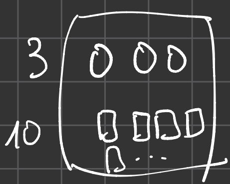
$= 0{,}99$.

Plus De Bonnes Notes



à 95% 99%

$$\left[p - 1{,}96\times\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \; ; \; p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$



1000 personnes.

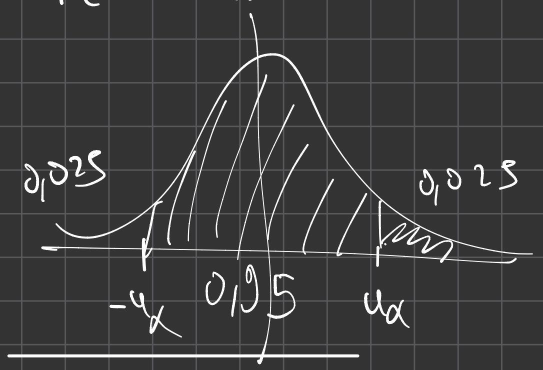
250 : Macron.

$I_c \quad [f \quad ; \quad]$

$$P\left(-u_\alpha \leq X \leq u_\alpha\right) = 0{,}95$$

$$P(X \leq u_\alpha) - 0{,}025 = 0{,}95$$

$$P(X \leq u_\alpha) = 0{,}975$$



EXO1 :

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} 1-\left(\frac{1}{4}\right)^n = \lim\limits_{n\to+\infty} 1+\left(\frac{1}{4}\right)^n = 1$. D'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ Rép b.

Plus De Bonnes Notes

2. $f(x) = xe^{x^2} = u(x)\times v(x)$ où $u(x) = x$ et $v(x) = e^{x^2}$

$u'(x) = 1$ et $v'(x) = 2xe^{x^2}$.

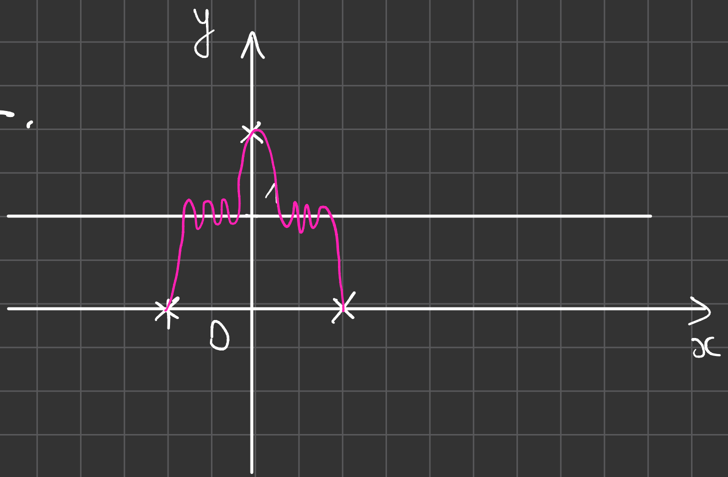
$$f'(x) = 1\times e^{x^2} + 2xe^{x^2}\times x$$

$$f'(x) = e^{x^2}(1+2x^2).$$

Rép C.

3. $$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{2x^2-2x+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

4.



Rép C.

5. Sur $[1;2]$, g' est croissante.

Donc sur $[1;2]$, $g''(x) \geq 0 \iff g$ est convexe.

EXO2 :

1. a. On a : $I\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $J\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

1. b. $D\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $G\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Plus De Bonnes Notes

1.c. On a :

$\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{BI} = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + (-1) \times 0) + 1 \times 1 = 0.$

$\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{BG} = 2 \times 0 + (-1) \times 1 + 1 \times 1 = 0.$

$\overrightarrow{DJ}$ est orthogonal à 2 vecteurs non colinéaires du plan (BGI) donc $\overrightarrow{DJ}$ est un vecteur normal du plan (BGI).

d. (BGI) : $2x - y + z + d = 0$. (on utilise le vecteur normal).

Or $G \in (BGI)$ d'où :

$$2 \times x_G - y_G + z_G + d = 0.$$
$$2 \times 1 - 1 + 1 + d = 0.$$
$$d = -2$$

D'où : (BGI) : $2x - y + z - 2 = 0.$

2.a.

$\overrightarrow{DJ}$ est également un vecteur directeur de (d) :

$$(d) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

b. On cherche l'intersection de (d) et de (BGI) :

$$2(1+2t) - (-t) + 1 + t - 2 = 0$$
$$2 + 4t + t + t - 1 = 0.$$

Plus De Bonnes Notes

$$6t = -1$$

$$t = \frac{-1}{6}$$

D'où (d) : $\begin{cases} x = 1+2\times\left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3}. \\ y = -\left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}. \\ z = 1+\left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{5}{6}. \end{cases}$