Dimanche 12 février 2023.
6ème
Mathématiques - Fractions.

Exercice 11 :

a) une demi heure : $\frac{1}{2} \times 60$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ -6 & 30 \\ 00 & \end{array}$$

$= 30$ minutes.

b) $\frac{1}{3}$ d'heure : $\frac{1}{3} \times 60$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 3 \\ -6 & 20 \\ 00 & \end{array}$$

$= 20$ min.

c) $\frac{3}{5} \times 60$

$= \boxed{36 \text{ min.}}$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 5 \\ -5 & 12 \\ 10 & \\ 10 & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

d) $\frac{5}{4} \times 60$

$= 75$ min

$$\begin{array}{r|l} 60 & 4 \\ -4 & 15 \\ 20 & \\ -20 & \\ 00 & \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times\ 5 \\ \hline 75 \end{array}$$

e) $\frac{12}{20} \times 60 = \boxed{36 \text{ min.}}$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 20 \\ 0 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

f) $24h = 24 \times 60$

$= 1440$ min.

2

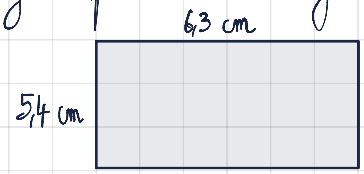
$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 60 \\ \hline 00 \\ 1440 \\ \hline 1440 \end{array}$$

Exercice 12

Périmètre et aires.

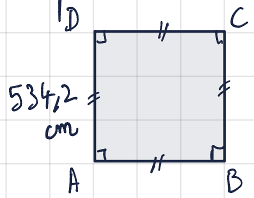
Exercice d'application.

Calculez le périmètre du rectangle suivant :



$P = (5{,}4 + 6{,}3) \times 2 = 11{,}7 \times 2$
$= 23{,}4$ cm.

Calculez le périmètre du carré suivant en mètres.

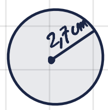


$$\begin{array}{r} 534{,}2 \\ \times\ 4 \\ \hline 2136{,}8 \end{array}$$

2136,8 cm.

$P = \boxed{21{,}368 \text{ m.}}$

Sans calculatrice, en prenant $\pi = 3{,}14$, calculer le périmètre du cercle suivant :



$P = 2 \times 3{,}14 \times 2{,}7.$

$$\begin{array}{r} 2{,}7 \\ \times\ 2 \\ \hline 5{,}4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3{,}14 \\ \times\ 5{,}4 \\ \hline 1256 \\ +\ 15700 \\ \hline 16{,}956 \end{array}$$

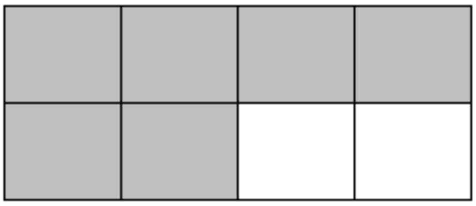
Le périmètre est de 16,956 cm.

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
	1	0	0	0	0	0	0						

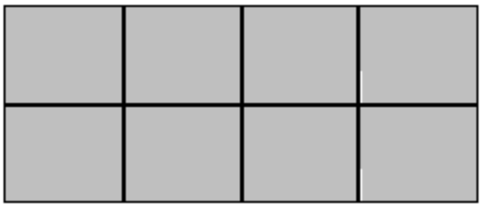
Les Fractions

I. Partages

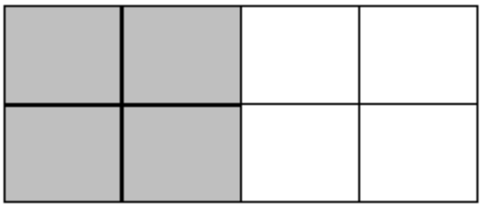
On partage un gâteau en huit parts égales. La partie coloriée représente :



Les _______ du gâteau

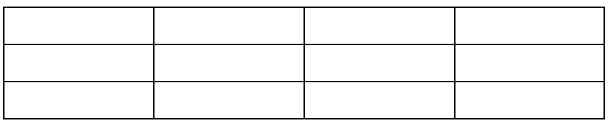


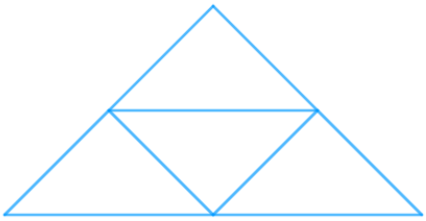
Les _______ du gâteau

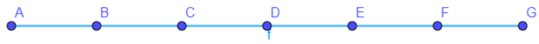


Les _______ du gâteau

Colorier les $\frac{5}{12}$ du rectangle ; les $\frac{3}{4}$ du triangle et $\frac{1}{6}$ du segment.

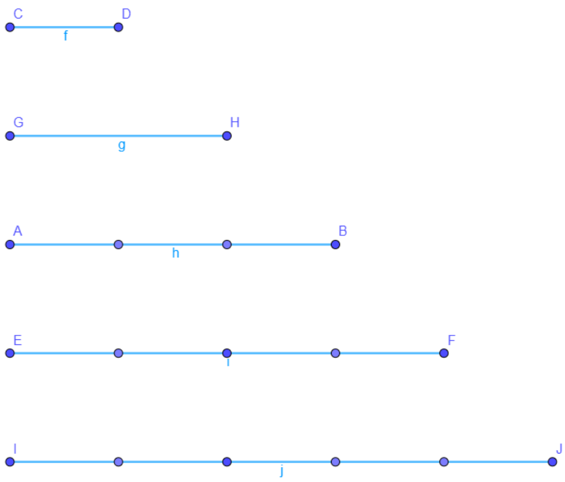






$[AB]$ est un segment partagé en trois parties égales :

Compléter :



$CD =$ ___ AB

$GH =$ ___ AB

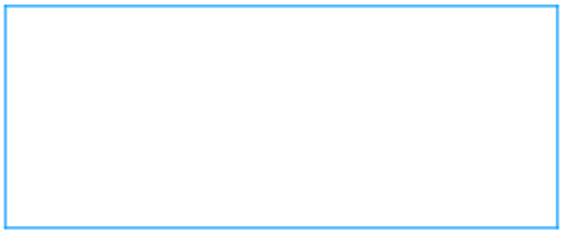
$AB =$ ___ AB

$EF =$ ___ AB

$IJ =$ ___ AB

Méthode : Représenter une fraction $\frac{a}{b}$ d'une figure, c'est partager cette figure en b parties égales et représenter a.

Exemples : a) Un rectangle de $4cm$ sur $3cm$. Colorier les $\frac{5}{6}$ de ce rectangle :



On partage le rectangle en ___ parties égales.

On colorie ___ parties.

b) Tracer un segment $[AB]$ mesurant $4cm$ puis tracer un segment $[CD]$ dont la largeur vaut les $\frac{7}{4}$ de la longueur du segment $[AB]$.

On partage le segment$[AB]$ en _______ parties égales.

On représente _______ parties (on est donc obliger de « rallonger » le segment $[AB]$)

II. Ecriture fractionnaire d'un quotient

Définition : a et b sont deux nombres, et b n'est pas égal à zéro.

Le quotient exact de a par b se note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

$\frac{a}{b}$ est l'écriture fractionnaire du quotient de a par b

Vocabulaire : Si a et b sont des nombres entiers, $\frac{a}{b}$ est une fraction.

Exemples :

1. $\frac{8}{5}$ est une écriture fractionnaire du quotient de 8 par 5.

   $\frac{8}{5}$ est une __________ (car 8 et 5 sont des entiers naturels).

   $\frac{8}{5} = 1{,}6$

2. $\frac{2{,}7}{0{,}3}$ est une _______ du quotient de 2,7 par 0,3.

   $\frac{2{,}7}{0{,}3}$ n'est pas ____________

   $\frac{2{,}7}{0{,}3} = 9$

3. $\frac{2}{3}$ est une ________________ du quotient de 2 par 3.

Si on calcule, $2 : 3$, la division, ne tombe pas juste. Le quotient de 2 par 3 n'a pas d'écriture. Dans ce cas, on utilise une écriture fractionnaire pour désigner une valeur exacte du quotient :

$$2 : 3 = \frac{2}{3}$$

Si on veut calculer le nombre $\frac{2}{3}$, on obtient une valeur approchée.

Exemple : $\frac{2}{3} \approx 0{,}66$ (valeur tronquée au centième)

$\frac{2}{3} = 0{,}7$ (valeur arrondie au dixième)

$0 < \frac{2}{3} < 1$ encadrement.

$0{,}6 < \frac{2}{3} < 1$ encadrement.

$0{,}66 < \frac{2}{3} < 0{,}67$ encadrement.

III. Egalité de deux quotients

Propriété (admise) : Le quotient $\frac{a}{b}$ de deux nombres ne change pas si on multiplie (ou on divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre différent de zéro.

Cette propriété sert à transformer des écritures fractionnaires en fractions ou à simplifier des fractions.

Exemple 1 : Ecrire une fraction égale à $\frac{0{,}2}{3}$

Exemple 2 : Simplifier la fraction $\frac{132}{110}$ (Fraction irréductible).

Simplifier une fraction, c'est la remplacer par une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

IV. Egalité de deux quotients

Règle : Calculer $\frac{a}{b}$ d'un nombre c, c'est multiplier le nombre c par la fraction $\frac{a}{b}$.

Exemple : Une personne dispose de 915 euros. Elle dépense les $\frac{2}{5}$ de cette somme. Combien a-t-elle dépensé ?

Il y a trois méthodes possibles :

Pour multiplier un nombre par $\frac{a}{b}$ on peut :	Exemple :
. multiplier ce nombre par a, puis diviser le résultat b.	
. ou diviser ce nombre par b, puis multiplier le résultat par a.	
. ou multiplier ce nombre par le résultat de la division de a par b.	

Conclusion : Cette personne a dépensé______________.

Remarque : Les méthodes 2 et 3 ne sont pas toujours utilisables.

V. Exercices

Exercices 1

Par un calcul mental, effectuer les opérations suivantes :

$27 : 3 = \cdots$	$34 : \ldots = 17$	$35 : \ldots = 5$
$\ldots : 6 = 4$	$81 : 9 = \cdots$	$66 : \ldots = 22$
$\ldots : 8 = 7$	$32 : 8 = \cdots$	$32 : 4 = \cdots$

Exercices 2

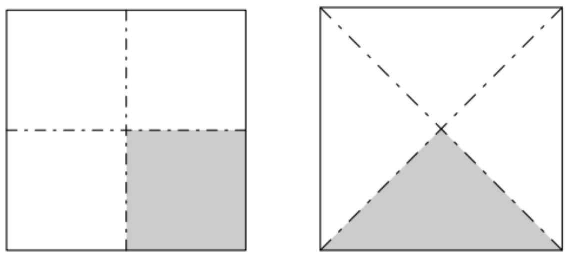
Ecrire en toute lettre les fractions suivantes :

$\frac{1}{3}$	
$\frac{5}{2}$	
$\frac{7}{8}$	
$\frac{6}{4}$	

Exercices 3

Déterminer la valeur des parts demandées :

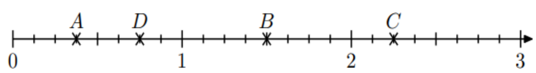
1. Le quart de $100kg$
2. Les deux tiers de 60€



Comparer l'aire de ces deux parties grisées. Justifier votre réponse.

Exercices 4

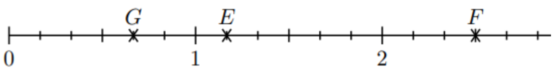
1. On considère la droite graduée ci-dessous :



Chaque unité a été divisée en 8 parties égales :

a. Justifier que l'abscisse du point D est $\frac{3}{4}$
b. Exprimer les abscisses A, B, C à l'aide de fractions.
c. Donner une fraction représentant la distance BD.

2. On considère désormais la droite graduée ci-dessous :



a. Pour cette droite graduée, combien de parts égales constituent une unité.
b. Exprimer les abscises des points E, F, G à l'aide de fractions.

Exercices 5

Lors d'un trajet, un automobiliste estime sa consommation aux deux septièmes de son réservoir.

La capacité de son réservoir est de $59l$

1. Laquelle des expressions ci-dessous donne la consommation durant ce trajet ?

a. $\frac{52}{2}$ b. $\frac{118}{7}$ c. $\frac{57}{7}$ d. $\frac{59}{14}$

2. En posant votre opération, donner la valeur par excès de la consommation au décilitre près.

Exercices 6

1. Répondre aux questions suivantes en donnant le nombre correspondant en écriture fractionnaire :

a. Quel est le nombre qui, multiplié par 2, donne 3 ?
b. Quel est le nombre qui, multiplié par 5, vaut 4 ?
c. Quel est le nombre qui, multiplié par 6, vaut 3 ?
d. Quel est le nombre qui, multiplié par 7, vaut 1 ?

2. Parmi les nombres obtenus, à la question 1. , lesquels admettent une écriture décimale ?

Exercices 7

Donner les valeurs décimales des fractions suivantes :

a. $\frac{12}{100}$ b. $\frac{3,2}{10}$ c. $\frac{132}{100}$

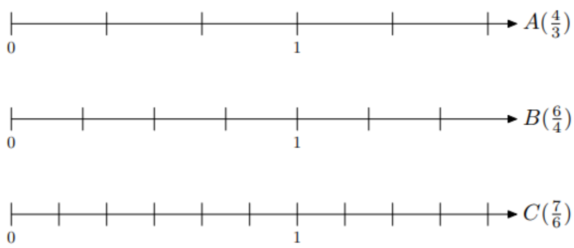
Exercices 8

Effectuer les divisions suivantes :

$5,4 \div 0,1$ $12 \div 0;01$ $0,32 \div 0,1$
$710,4 \div 0,001$ $0,1 \div 0,1$ $57 \div 0;001$

Exercices 9

1. Pour chaque droite graduée, placer le point indiqué sur la droite en respectant l'abscisse précisé.



Exercices 10

Par un calcul mental, déterminer la valeur de chacune des parts ci-dessous :

a. Le tiers de 69
b. Les trois quarts de 120
c. Les huit cinquièmes de 35
d. La moitié de 162

Exercices 11

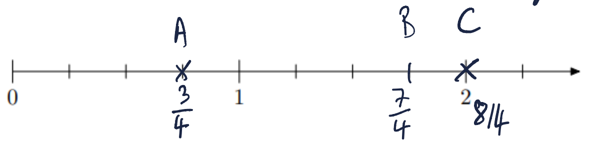
En écrivant vos calculs, déterminer le nombre de minutes de chacune des durées suivantes :

a. Une demi-heure
b. Un tiers d'heure
c. Trois cinquièmes d'heure
d. Cinq quarts d'heure
e. Douze vingtième d'heure
f. Une journée

Exercices 12

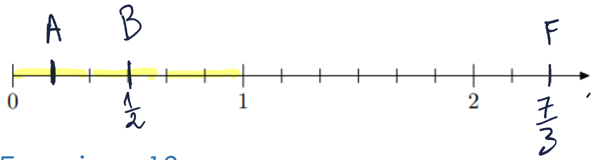
1. Sur la droite graduée ci-dessous, placer les points suivants en respectant leurs abscisses :

a. $A\left(\frac{3}{4}\right)$ b. $B\left(\frac{7}{4}\right)$ c. $C\cancel{(\ )}$ $\frac{8}{4}$



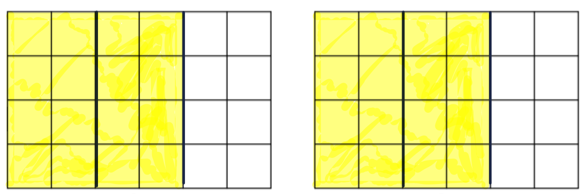
2. Sur la droite graduée ci-dessous, placer les points suivants en respectant leurs abscisses :

A. $D\left(\frac{1}{6}\right)$ B. $E\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{6}$ C. $F\left(\frac{7}{3}\right)$



Exercices 13

On considère les deux rectangles représentés ci-dessous :



$\mathcal{R}_1$ $\mathcal{R}_2$

Représenter sur chacun des rectangles les partages suivants :

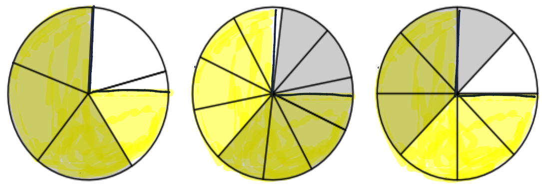
1. A. Hachurer les deux tiers du rectangle R_1
   B. Hachurer les $\frac{16}{24}$ du rectangle R_2.

2. Que peut-on dire des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{16}{24}$. Elles sont identique car on a.

$$\frac{16}{24} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{2}{3}.$$

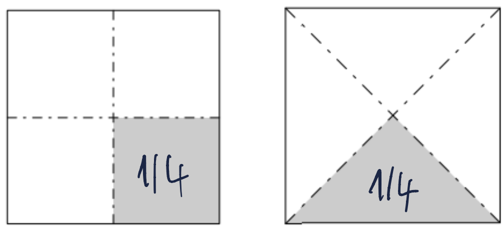
Exercices 14

1. Colorier les trois quarts du ~~rectangle~~ ci-dessous. Cercle.



Exercices 15

Ci-dessous sont représentées en grisées deux parties d'un même carré :



Comparer l'aire de ces deux parties grisées. Justifier votre réponse.

Ces deux aires sont égales car elles représentent toutes les deux $\frac{1}{4}$ du carré.

Périmètre et aires

I. Rappel : Périmètre d'une figure

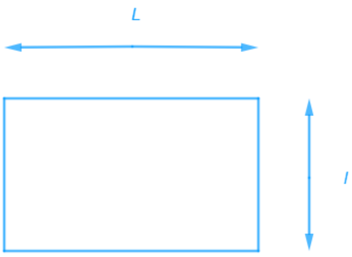
1. Définitions

On appelle **« périmètre d'une figure fermée »** la **longueur de son contour** :

- Pour un polygone, c'est la somme des longueurs de tous ses côtés.
- Pour un cercle, c'est la longueur d'un tour « complet ».

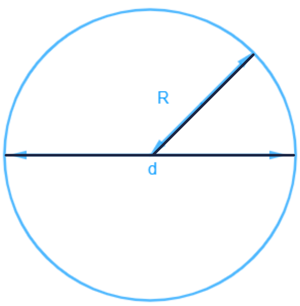
Remarque : Un périmètre s'exprime en unités de longueur $(m, cm, km \ldots)$

2. Formulaire



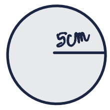
P = 2 x (L + l)

P = 4 x c



P est le périmètre du cercle ou la longueur du cercle ou bien la circonférence du cercle.

- $P = 2 \times \pi \times R$
- $P = \pi \times d$
- Avec $\pi \approx 3{,}14$



$P = 2 \times 3{,}14 \times 5$

$P = 10 \times 3{,}14.$

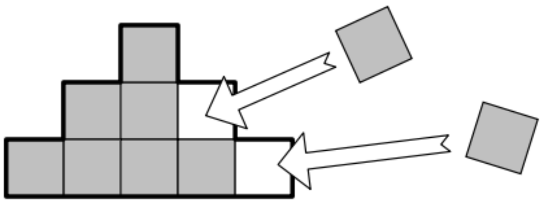
$\boxed{P = 31{,}4\,cm}$

II. Aire d'une figure.

1. Définitions

Définition : On appelle « aire d'une figure fermée » le nombre de carrés (de coté 1 en unité de longueur) nécessaire pour la remplir correctement :

Exemple :



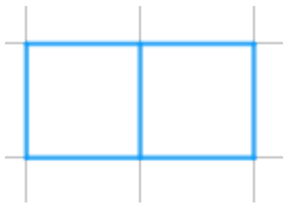
Chaque petit carré mesure $1cm$ de coté, on dit que son aire est $1\ cm$ carré (noté $1cm^2$)

La figure est composée de 9 carrés de ce type, on dit que son aire est $9\ cm^2$.

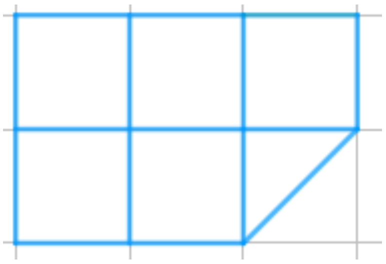
Remarque : Une aire s'exprime en «unité de longueur – carré» $(m^2, cm^2, km^2\ etc.)$

2. Applications.

a. Facile



Aire = 2 cm^2



Aire = 5,5 cm^2

Dans un carré de $1cm$ de côté, on peut construire 100 carrés de $1mm$ de côté. Donc $1cm^2 = 100mm^2$

Entre deux unités d'aires, il y a « deux rangs de décalage »

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1km^2 = 100hm^2$	$1hm^2 = 100dam^2$	$1dam^2 = 100m^2$	$1m^2$	$1dm^2 = 0{,}01m^2$	$1cm^2 = 0{,}01dm^2$	$1mm^2 = 0{,}01cm^2$

b. Un peu plus difficile

Calculer l'aire figure en unité « carreau vert ».

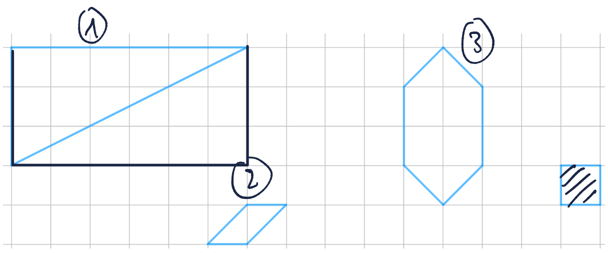


Fig.1 : 9 cm²

Fig.2 : 1 cm²

Fig.3 : 6 cm²

Calculer l'aire des figures en un

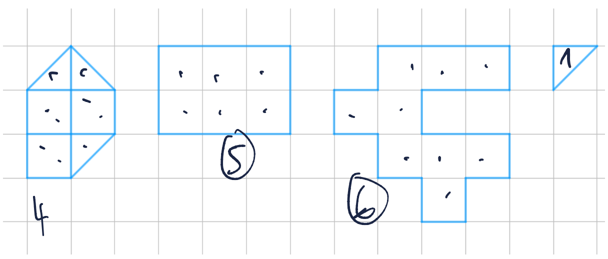


Fig.4 : 9 cm²

Fig.5 : 12 cm²

Fig.6 : 18 cm².

Compléter en utilisant un tableau de conversions :

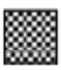
a. 3 m² =	cm²
b. 18 dam² =	dm²
c. 157 m² =	mm²
d. 750 m² =	dm²
e. 54 km² =	m²
f. 1,275 ha =	a
g. 9,625 m =	cm²
h. 0,761 32 km² =	dm²
i. 7,250 000 km² =	m²
j. 8,25 km² =	m²

Tableau :

						m²		dm²		cm²			

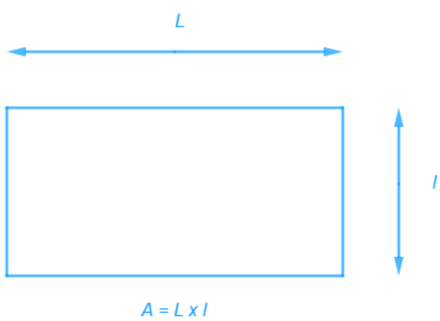
3.Conversions

 =1 cm²

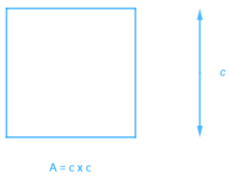
 = 100 mm²

4.Formulaire

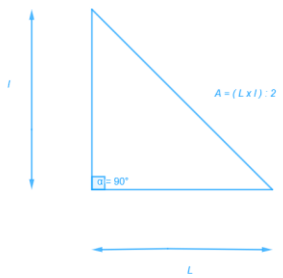
Rectangle :



Carré :



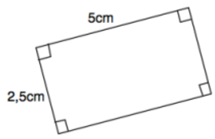
Triangle rectangle :



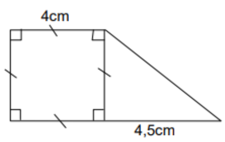
Applications :

Calculer l'aire des figures suivantes :

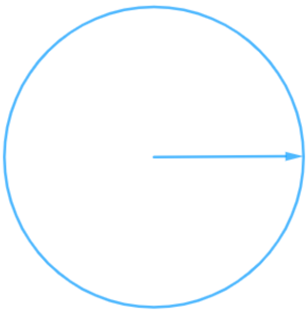
1)



2)



5.Disque



Aire du disque : $A = \pi \times r^2$

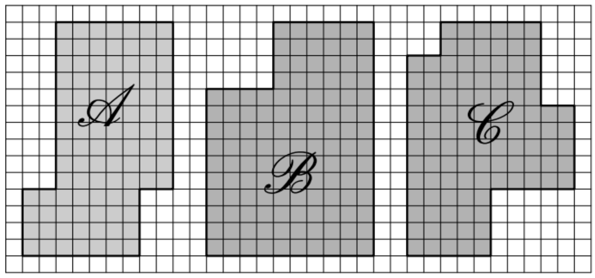
Application :

1) Calculer l'aire d'un disque de rayon $8m$.
2) Calculer l'aire d'un demi-disque de diamètre $8cm$.

III. Exercices

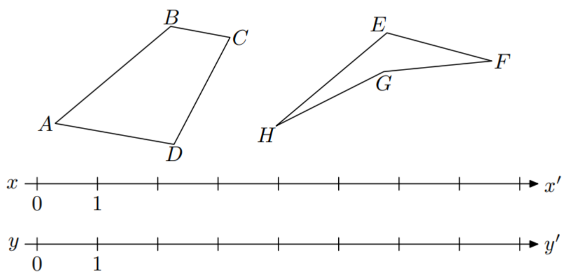
Exercices 1

Déterminer le périmètre de chacune des figures représentées grisées ci-dessous :



Exercices 2

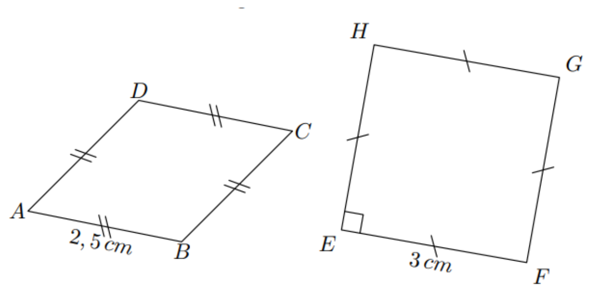
On considère les deux quadrilatères $ABCD$ et $EFGH$ ainsi que les deux droites graduées (xx') et (yy') représentées ci-dessous :



1)
   a. Reporter le périmètre du quadrilatère $ABCD$ sur la droite graduée (xx').
   b. Reporter le périmètre du quadrilatère $EFGH$ sur la droite graduée (yy').
2) Lequel de ces deux quadrilatères a le plus grand périmètre ?

Exercices 3

On considère les deux figures ci-dessous :



1)
  a. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
  b. Déterminer le périmètre du quadrilatère $ABCD$.

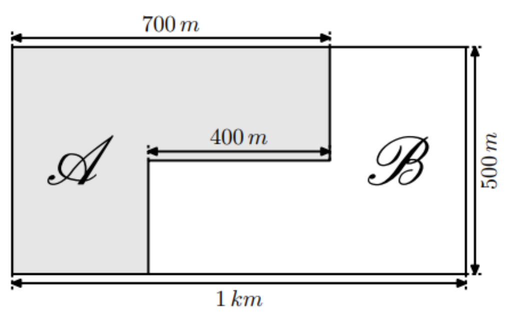
2)
  a. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$?

  b. Déterminer le périmètre du quadrilatère $EFGH$.

Exercices 4

Dans la famille Lembrouille, le père a laissé en héritage à ses enfants un champ à cultiver en forme rectangulaire …

Les deux frères Arthur et Boris, ne s'entendent pas, ils décident de partager ce champs en deux parties. Voici la représentation de leur partage :



Chacun d'eux souhaite clôturer l'intégralité de leur champ. Déterminer la longueur de chacune de ses clôtures.

Exercices 5

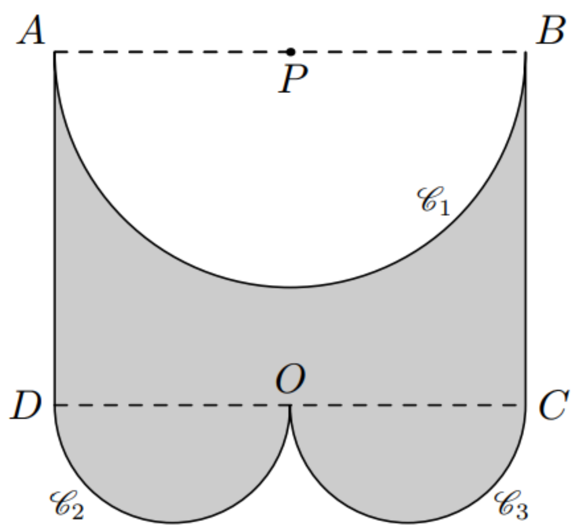
On représente souvent la Terre comme une sphère et l'équateur comme un cercle de rayon $6370km$.

1) Calculer la longueur de l'équateur en utilisant respectivement :
   a. 3,14 pour valeur de π ;
   b. 3,1416 pour valeur de π.
2) Donner la différence des deux longueurs trouvées.

Exercices 6

La figure suivante est composée de deux segments et de trois demi-cercles tel que :

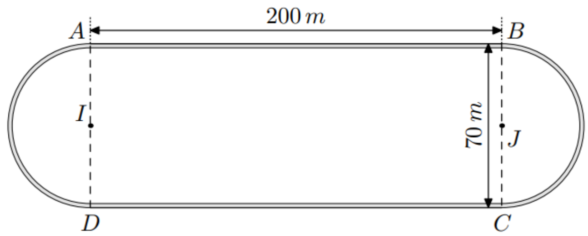
$$AD = 3cm\ ;AB = 4cm$$



1) Donner la mesure des rayons des cercles L_1, L_2 et L_3.
2) Donner la mesure, approchée par défaut au millimètre près, du périmètre de cette figure.

Exercices 7

Une piste d'athlétisme est composée d'un rectangle et de deux demi-cercles :

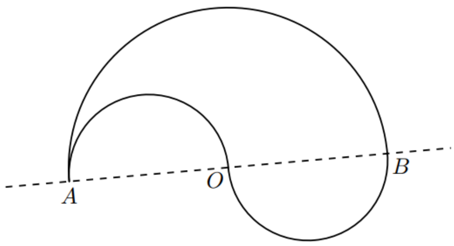


Un coureur décide de faire trois fois le tour de la piste d'athlétisme ci-dessous. En prenant $\pi \approx$

3,142, calculer la distance D parcourue par ce coureur.

Exercices 8

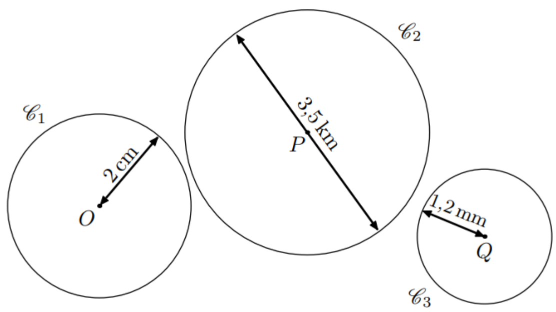
Le robot « Déglingué » ne peut se déplacer qu'avec des trajectoires en forme de demi-cercles. Pour se déplacer de A vers B distant de $10m$, il propose les deux trajectoires suivantes :



1) En prenant pour valeur approchée $\pi \approx 3{,}14$, calculer la longueur de ces deux trajectoires. Quelle est la longueur la plus courte ?
2) Imaginer la trajectoire effectuée par le robot lorsqu'il rejoindra les points A et B avec quatre demi-cercles.
Peut-t-on conjecturer la longueur de cette nouvelle trajectoire ?

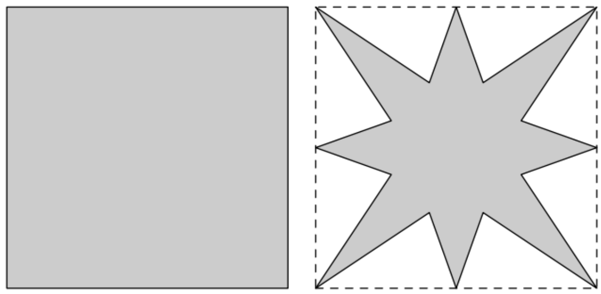
Exercices 9

Déterminer la circonférence des cercles ci-dessous arrondies à l'unité près choisie. On utilisera la valeur approchée $\pi \approx 3{,}14$:



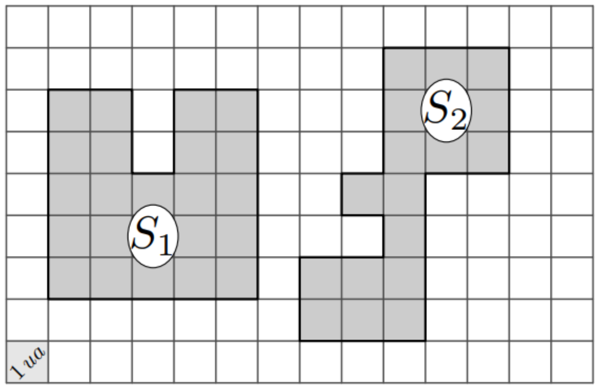
Exercices 10

Des deux figures ci-dessous laquelle possède la plus grande aire :



Exercices 11

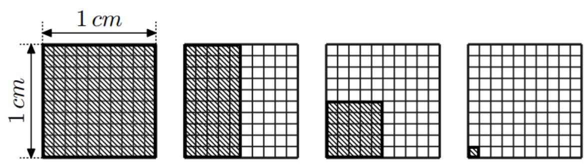
On considère les deux polygones grisés représentés ci-dessous dans un quadrillage. On utilisera un petit carreau de ce quadrillage comme unité d'aire ($1u.a.$).



1) Mesurer les deux surfaces S_1 et S_2 en unités d'aire.
2) Comparer la surface des deux polygones grisés.

Exercices 12

On considère le quadrillage ci-dessous où sont représentés quatre rectangles hachurés.

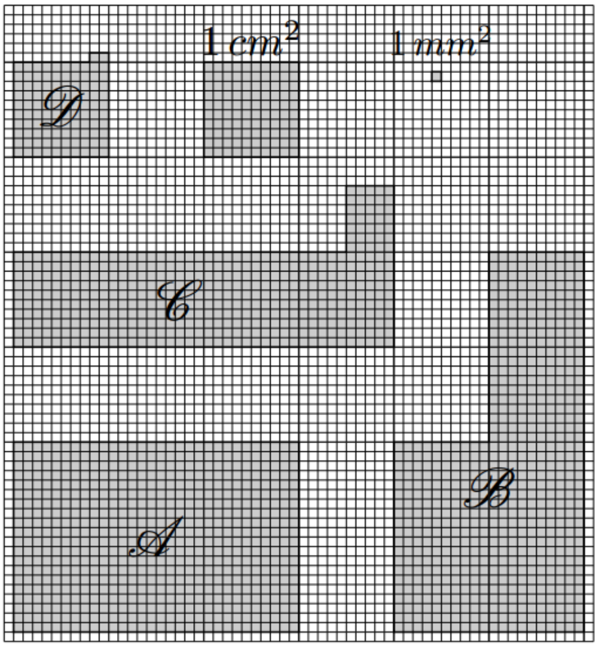


1) Pour chaque quadrillage, donner la fraction représentant la partie hachurée
2) Donner l'écriture décimale de chacune des fractions obtenues à la question précédente.

Exercices 13

La figure ci-dessous indique la surface définit par :

- $1cm^2$: c'est l'aire d'un carré d'un centimètre de côté.
- $1mm^2$: c'est l'aire d'un carré d'un millimètre de côté.

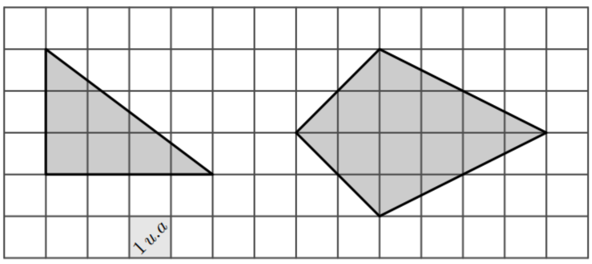


Compléter le tableau ci-dessous en indiquant l'aire des quatre figures indiquées avec les deux unités de mesures :

	$\mathscr{A}$	$\mathscr{B}$	$\mathscr{C}$	$\mathscr{D}$
Aire en cm^2				
Aire en mm^2				

Exercices 14

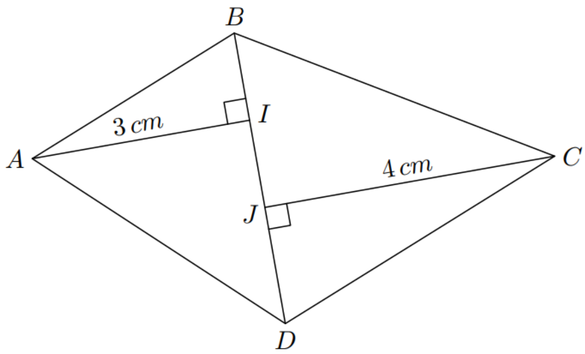
Dans cet exercice, on mesure les aires à l'aide des carreaux formant le quadrillage de la figure.



1) Justifier que l'aire du triangle rectangle est de 6 carreaux.
2) Déterminer l'aire du cerf-volant de droite.

Exercices 15

On considère le quadrilatère $ACBD$ représenté ci-dessous :



- I est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABD.
- J est le pied de la hauteur issue de C dans le triangle BCD

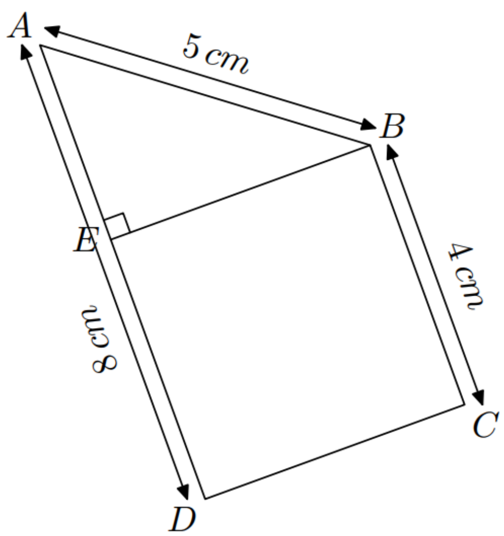
On a les mesures suivantes :

$BD = 4cm$; $AI = 3cm$; $CJ = 4cm$

Déterminer l'aire du quadrilatère $ABCD$.

Exercices 16

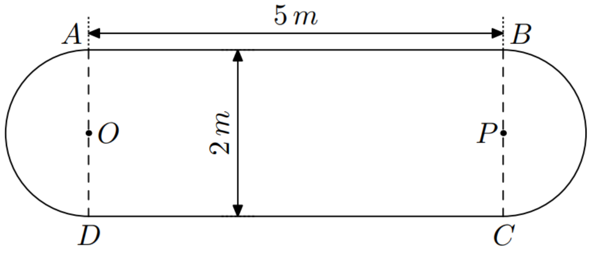
La figure ci-dessus est composée du carrée $BCDE$ et du triangle AEB rectangle en E.



1) Calculer le périmètre de la figure.
2) Calculer l'aire de la figure.

Exercices 17

Le schéma ci-dessous représente une table comportant une partie rectangulaire et deux rallonges semi-circulaires.



1) Déterminer le périmètre de cette table au décimètre près.
2) Déterminer l'aire de cette table au mètre carré près.

Exercices 18

Un habitant de Douala vient d'acheter une villa dont le jardin à la forme d'un rectangle de $35m$ de longueur et $20m$ de largeur. Il compte construire une petite piscine dont les dimensions sont $12m$ de longueur et $8m$ de largeur ; de la pelouse sera posée sur le reste du jardin.

1) Déterminer l'aire de la piscine
2) Déterminer l'aire occupée par la pelouse.