Dimanche 3 septembre 2023.
1ère G1 : spé maths.

Chapitre 1 : Second degré. (Polynômes du second degré).

Rappel fonction : $x \xrightarrow{f} f(x)$

antécédent — image.

① Définition. Fonction du second degré : $\underbrace{f(x) = ax^2+bx+c}_{\text{forme développée}}$

où $a \in \mathbb{R}^*$ $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$.

Ex : $f(x) = 2x^2+3x-1$.

② Forme canonique : Toutes les fonctions du second degré peuvent se mettre sous forme canonique.

$$f(x) = a(x-\alpha)^2+\beta$$

"delta" discriminant.

$* \ \alpha = \dfrac{-b}{2a}$ $\quad * \ \beta = -\dfrac{\Delta}{4a}$ $\quad \Delta = b^2-4ac$.

ou

$* \ \beta = f(\alpha)$

Dém à la maison : $a(x-\alpha)^2+\beta$

$= \ldots$

$= ax^2+bx+c$

Application : Déterminer la forme canonique de

$f(x) = -x^2+7x-10$.

① $a = -1$ $\quad b = 7$ $\quad c = -10$

$\Delta = b^2-4ac$
$\Delta = 7^2-4\times(-1)\times(-10)$
$= 49-40$
$= 9$

② $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-7}{2\times(-1)} = \dfrac{7}{2}$ ③ $\beta = f(\alpha) = \dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-9}{4\times(-1)} = \dfrac{9}{4}$

④ : $f(x) = a(x-\alpha)^2+\beta$

$f(x) = -1\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$

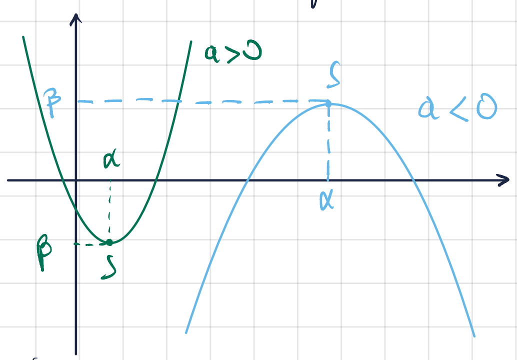
$f(\alpha) = -\left(\frac{7}{2}\right)^2+7\times\frac{7}{2}-10$

$f(\alpha) = -\dfrac{49}{4}+\dfrac{49\times2}{2\times2}-\dfrac{10\times4}{1\times4}$

$f(\alpha) = \dfrac{-49+98-40}{4}$

$f(\alpha) = \dfrac{9}{4}$.

③ Courbe représentative des fonctions du second degré.



④ Équations du second degré.

Rappel :
$2x+3=5$.
$2x = 5-3$
$2x = 2$
$x = 1$.

$2x^2+3x-1=0$

Soit E une équation du second degré.

E : $ax^2+bx+c=0$. $\quad a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$.

Méthode de résolution :

① Calculer le discriminant $\Delta = b^2-4ac$.

② Si $\Delta < 0$, pas de solution réelles.

③ Si $\Delta = 0$, solution unique $x = \dfrac{-b}{2a}$.

④ Si $\Delta > 0$, solution double :

$x = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad x = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Application : $5x^2+8x-13=0$.

On calcule le discriminant : $\quad a=5, \ b=8, \ c=-13$.

$\Delta = b^2-4ac$.

$\Delta = 8^2-4\times5\times(-13)$

$\Delta = 64+260$

$\Delta = 324 > 0$.

$x = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8-\sqrt{324}}{2\times5}$

$= -\dfrac{13}{5} (= -2{,}6)$.

Ou $x = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-8+\sqrt{324}}{2\times 5} = 1.$

Exercice 4

5) $y^2+5y-6=0$ $\quad a=1 \quad b=5 \quad c=-6.$

On calcule le discriminant:

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 5^2-4\times1\times(-6)$

$\Delta = 25+24 = 49>0$

l'éq° admet donc deux solutions distinctes:

$x = \dfrac{-5-\sqrt{49}}{2\times 1} = \dfrac{-5-7}{2} = -6.$

Ou $x = \dfrac{-5+\sqrt{49}}{2\times1} = \dfrac{-5+7}{2} = 1.$

6) $1-t-2t^2=0.$ $\quad a=-2. \quad b=-1 \quad c=1.$

$1-x-2x^2=0.$

$-2x^2-x+1=0.$

On calcule le discriminant:

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = (-1)^2-4\times(-2)\times(1).$

$\Delta = 1+8 = 9>0.$

L'éq° admet deux solutions distinctes:

$x = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}.$

$x = \dfrac{1-\sqrt{9}}{2\times(-2)} = \dfrac{-2}{-4} = \dfrac{1}{2}.$

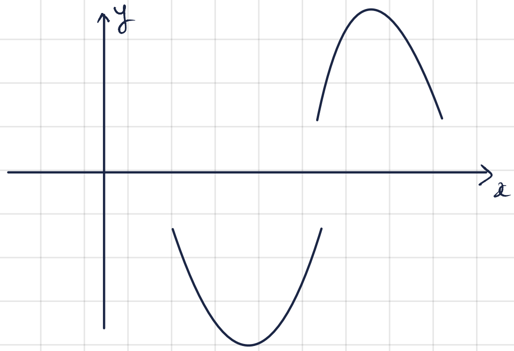
ou $x = \dfrac{1+\sqrt{9}}{2\times(-2)} = \dfrac{1+3}{-4} = -1.$

8) $2x^2+12x+18=0$ $\quad a=2 \quad b=12 \quad c=18.$

$\Delta = 12^2-4\times2\times18 = 0$

l'éq° n'admet qu'une seule solution:

$x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-12}{2\times2} = \dfrac{-12}{4} = -3.$



5. Relations entre les racines.

Soit $f(x) = ax^2+bx+c$ un polynôme du second degré.

Les solut° de l'éq° $ax^2+bx+c=0$ sont également appelées : racines de f.

Propriété : Si $\Delta>0$, f admet 2 racines.

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}.$

$$\boxed{\begin{cases} ① \ x_1+x_2 = \dfrac{-b}{a} \\ ② \ x_1\times x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}}$$

① $x_1+x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \dfrac{-\cancel{2}b}{\cancel{2}a} = \dfrac{-b}{a}.$

② $x_1\times x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \times \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}.$

$= \dfrac{(-b)^2-\sqrt{\Delta}^2}{4a^2} = \dfrac{b^2-\Delta}{4a^2}$

$= \dfrac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2}$

$= \dfrac{\cancel{b^2}-\cancel{b^2}+\cancel{4a}c}{\cancel{4a}\times a} = \dfrac{c}{a}.$

racine évidente

$5x^2+3x-8=0.$

$x_1 = 1$

$x_1+x_2 = \dfrac{-b}{a}$

$1+x_2 = \dfrac{-3}{5}$

$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$

$1 \times x_2 = \frac{-8}{5}$

$x_2 = \frac{-3}{5} - 1$

$x_2 = \frac{-8}{5}$