

Rappel valeur absolue: $|x| = x$ si $x \geq 0$.

$$|x| = -x \text{ si } x < 0.$$

Ex: $|3| = 3$ $|x|$: distance à 0.

$$|-3| = -(-3) = 3$$

$$|\sqrt{3}-4| = -(\sqrt{3}-4) = -\sqrt{3}+4.$$

$$|x| = 3$$

$$|x-0| = 3 \quad x = -3 \text{ ou } x = 3$$

$$|x-4| = 8. \quad x = -4 \text{ ou } x = 12.$$



$$|x-4| \leq 8. \quad \mathcal{D} = [-4; 12]$$

Exercice 19 corrigé disponible

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse, en justifiant chacune de vos réponses.

Remarque: pour justifier qu'une réponse est fausse, on cherche en général un contre-exemple, pour justifier qu'une réponse est vraie on argumente, on démontre.

Affirmation 1: la somme de deux diviseurs d'un entier divise cet entier.

Affirmation 2: a , b et c étant des entiers, si a est un diviseur du produit bc , alors a divise au moins l'un des deux facteurs b ou c .

Affirmation 3: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ est un nombre décimal.

Affirmation 4: pour tout entier n , l'entier $4n + 7$ est impair.

Affirmation 5: pour tout entier naturel n pair, l'entier $n^2(n+4)$ est un multiple de 8.

Affirmation 1. OK.

Aff 2: $a \in \mathbb{Z}$ $b \in \mathbb{Z}$ $c \in \mathbb{Z}$.

$$a \text{ divise } bc \quad a | bc$$

$$\exists k \in \mathbb{Z} \text{ t.q. } bc = a \times k.$$

$$\implies a | b \text{ ou } a | c.$$

$$3 | 63 \quad 3 | 9 \times 7$$

$$3 | 21 \times 3$$

$$7/98 \Leftrightarrow 7/2 \times 49$$

Démontrons que si $a | bc$ alors $a | b$ ou $a | c$.

Supposons que $a | bc$ et que a ne divise ni b ni c .

$$b = b_1 \times b_2 \times \dots \times b_m \quad a \notin \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$$

$$c = c_1 \times c_2 \times \dots \times c_n \quad a \notin \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$$

$$b \times c = \underbrace{b_1 \times b_2 \times \dots \times b_m \times c_1 \times c_2 \times \dots \times c_n}$$

a ne divise pas bc c'est absurde

Donc a divise b ou c ou les deux.

Aff 3: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{2 \times 20}{3 \times 20} + \frac{3 \times 3}{20 \times 3} - \frac{1 \times 10}{6 \times 10}$

$$= \frac{40}{60} + \frac{9}{60} - \frac{10}{60}$$

$$= \frac{39}{60} = \frac{13}{20}$$

Aff 4:

n	$4n+7$	Parité
0	7	impair
1	11	imp
2	15	imp
3	19	imp.
8	39	

On suppose que n est pair: $n = 2k$.

$$4n+7 = 4 \times 2k + 7 = 2 \times 4k + 6 + 1$$

$$= 2 \times 4k + 2 \times 3 + 1$$

$$= 2(4k+3) + 1$$

$$= 2K + 1$$

Si n est impair $n = 2k+1$

$$4n+7 = 4 \times (2k+1) + 7$$

$$= 4 \times 2k + 4 + 7$$

$$= 2 \times 4k + 2 \times 2 + 2 \times 3 + 1$$

$$= 2(4k+5) + 1 = 2K+1$$

$n^2(m+4)$ multiple de 8.

n	$n^2(m+4)$	
0	0	= 8 x 0
2	24	= 8 x 3
4	128	= 8 x 16

not pair: $m = 2k$

$$\begin{aligned} n^2(m+4) &= (2k)^2(2k+4) \\ &= 4k^2 \times (2k+4) \\ &= 4k^2 \times 2k + 4k^2 \times 4 \\ &= 8k^3 + 8 \times 2k^2 \\ &= 8(k^3 + 2k^2) \end{aligned}$$

$(a \times b)^m = a^m \times b^m$

$n^2(m+4)$ est multiple de 8 si m est pair

m=1:

$$A = \frac{5}{2} + \frac{8}{3} = \frac{15}{6} + \frac{16}{6} = \frac{31}{6}$$

$$B = \frac{7}{12} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{7}{12} - \frac{8}{12} = -\frac{1}{12}$$

$$C = \frac{7 \times 2}{1 \times 7} + \frac{5}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7} = \frac{19}{7}$$

$$D = \frac{9 \times 4}{1 \times 9} + \frac{3}{9} = \frac{36}{9} + \frac{3}{9} = \frac{39}{9} = \frac{13 \times 3}{3 \times 3} = \frac{13}{3}$$

$$E = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{1}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

$$F = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{6}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1 \times 1}{2 \times 6} = \frac{1}{12}$$

$$G = \frac{\frac{5}{10}}{\frac{6}{6}} = \frac{5}{10} \times \frac{6}{6} = \frac{5 \times 2 \times 3}{2 \times 5 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$H = \frac{\frac{7}{14}}{\frac{27}{27}} = \frac{7}{14} \times \frac{27}{27} = \frac{7}{14} \times \frac{3 \times 3}{3 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$I = \frac{5}{7} \times \frac{4}{15} = \frac{5}{7} \times \frac{4}{3 \times 5} = \frac{4}{21}$$

$$J = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{5}} = \frac{8}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{40}{27}$$

$$K = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{6}} = \frac{5}{3} \times \frac{6}{2} = \frac{5}{3} \times 3 = 5$$

$$L = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{6}{6}} = \frac{8}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{4 \times 2}{3} \times \frac{1}{3 \times 2} = \frac{4}{9}$$

$$M = 1 + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2 - \frac{5}{3}} = 1 + \frac{1}{3} \times \frac{5}{\frac{1}{3}}$$

$$= 1 + \frac{1}{3} \times 5 \times 3$$

$$= 1 + 5 = 6$$

$$N = \frac{2}{\frac{2+1}{3}} = 2 \times \frac{3}{2+1} = \frac{6}{2+1}$$

Enigme: Trouver (21); (1; 5; 6; 7)

$$\frac{6}{1 - \frac{5}{7}} = \frac{6}{\frac{2}{7}} = \frac{6 \times 7}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$P = \frac{1}{2} + \frac{3}{2+2} = \frac{\overline{x+2} + \overline{3x}}{x(x+2)} = \frac{4x+2}{x(x+2)}$$

Calcul numérique et littéral – Fiche de cours

1. Les fractions

a. Addition et soustraction

- même dénominateur

$$\frac{4+3}{12} = \frac{7}{12} \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\text{ou} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

- dénominateur différent

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d}$$

$$\text{ou} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - c \times b}{b \times d}$$

b. Multiplication

$$\frac{3(2 \times 3)}{3}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{12}{18} = \frac{3}{4} \times \frac{4 \times 3}{6 \times 3}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{3 \times 1}{3 \times 2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

c. Division

$$\frac{1}{3} \div \frac{4}{1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

2. Les puissances

a. Définitions et propriétés

La lettre a désigne un entier relatif non nul

$$a^n = a \times a \dots \times a \quad (n \text{ fois}) \quad ; \quad a^{-1} = \frac{1}{a} \quad ; \quad a^0 = 1 \quad ; \quad a^1 = a$$

b. Formules

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad ; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m \quad ; \quad (a^m)^n = a^{m \times n}$$

Ecriture scientifique

L'écriture scientifique est un nombre qui s'écrit sous la forme :

$$a \times 10^m$$

a nombre décimal compris entre 1 et 9,99999...
 m nombre entier relatif

3. Factorisation - Développement

a. Simple distributivité

Quelques soit les nombres relatifs a, b, c le développement en simple distributivité est :

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$$

b. Double distributivité

Quelques soit les nombres réels a, b, c et d le développement en double distributivité est :

$$(a+b) \times (c+d) = a \times b + a \times c + b \times c + b \times d$$

c. Les identités remarquables

Si a et b deux nombres réels :

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

4. Racines carrées

Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$ $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(\sqrt{a})^2 = a$

Pour $a \in \mathbb{R}$ $\sqrt{a^2} = |a|$

4. Les équations et les inéquations du premier degré

a. Les équations du premier degré

- équation simple

Résoudre les équations du type $ax+b=0$; $x=-\frac{b}{a}$

- équation produit nul

Résoudre les équations du type $A \times B=0$; $A=0$ ou $B=0$

b. Les inéquations du premier degré

Pour résoudre une inéquation, on présentera la solution sous la forme d'intervalles.

Calcul numérique et littéral – Exercices - Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible les expressions suivantes :

$$A = \frac{5}{2} + \frac{8}{3} \quad B = \frac{7}{12} - \frac{2}{3} \quad C = 2 + \frac{5}{7} \quad D = 4 + \frac{3}{9} \quad E = \frac{1}{2} \quad F = \frac{4}{2} \quad G = \frac{5}{10} \quad H = \frac{7}{14}$$

$$I = \frac{5}{7} \times \frac{4}{15} \quad J = \frac{8}{\frac{9}{5}} \quad K = \frac{5}{\frac{3}{6}} \quad L = \frac{8}{6} \quad M = 1 + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2 - \frac{5}{3}} \quad N = \frac{2}{\frac{x+1}{3}} \quad P = \frac{1}{x} + \frac{3}{x+2}$$

$$Q = \frac{3x}{x+1} + \frac{2}{5x} \quad R = 5 + \frac{3}{2+x} \quad S = 2 + \frac{\frac{1}{3}x}{x+1} \quad T = \frac{1}{2-3x} - \frac{1}{2+3x} \quad U = 1 - \frac{3}{2}(x+1)$$

Exercice 2 corrigé disponible

Simplifier les expressions suivantes : $A = a^2 \times a^5 \times a^{-3}$ $B = a \times a^3$

$$C = \frac{x}{x^3} \quad D = \frac{(3x)^2}{6x} \quad E = (a^{-2})^3 \times a \quad F = (a^{-5}b^2)^{-1} \times ab^{-3} \quad G = \frac{a^5b^{-4}}{a^{-5}b^{-2}}$$

$$H = \frac{16^{-4} \times 3^{21}}{6^3 \times 9^7} \quad I = (-2x^5)^{-4} \quad J = -2x^3 \times 5x \times 3^{-2}x^{-5} \quad K = \frac{2^{-5} \times (-6)^3 \times 3^{-4}}{-9^{-2} \times 8^{-4}}$$

$$L = \frac{ab^{-3}(a^{-2}b^3)(ab^{-1})^2}{(ab^2)^{-1}ab}$$

Exercice 3 corrigé disponible

Ecrire sous la forme d'une puissance de 10 :

$$I = 1000^7 \times 0,01^{10}; \quad J = \frac{100^3}{0,1^9 \times 10000^3}; \quad K = \frac{(0,001)^3(-10000)^5}{(0,01)^{-4}};$$

$$L = \frac{(0,0001)^{-4}(10000)^5(-0,001)^7}{(10 \times 0,01^3)^4}$$

Exercice 4 corrigé disponible

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A = \frac{1,2 \times 10^{-2} \times 60 \times 10^{-1}}{30 \times (10^{-3})^5} \quad \left| \quad B = \frac{0,08 \times 10^{-5} \times 90 \times 10^4}{0,24 \times (10^9)^2}$$

Exercice 5 corrigé disponible

- 1. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$$A = -5\sqrt{12} + 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27} \quad \left| \quad B = \sqrt{112} \times \sqrt{28} \times \sqrt{63}$$

- 2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a , b et c entiers.

$$C = (2\sqrt{7} + 3\sqrt{10})^2 \quad \left| \quad D = (2\sqrt{7} + 5\sqrt{10})^2$$

- 3. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$$E = (4 - 3\sqrt{5})(4 + 3\sqrt{5}) \quad \left| \quad F = \frac{16\sqrt{18}}{6\sqrt{32}}$$

Exercice 6 corrigé disponible

- 1. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$$A = -5\sqrt{28} + 5\sqrt{63} - \sqrt{112} \quad \left| \quad B = \sqrt{160} \times \sqrt{40} \times \sqrt{90}$$

- 2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a , b et c entiers.

$$C = (4\sqrt{5} - 3\sqrt{6})^2 \quad \left| \quad D = (2\sqrt{10} + 4\sqrt{6})^2$$

- 3. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$$E = (3 - 2\sqrt{6})(3 + 2\sqrt{6}) \quad \left| \quad F = \frac{32\sqrt{63}}{12\sqrt{112}}$$

Exercice 7 corrigé disponible

1) Simplifier les nombres suivants, et préciser pour chacun le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.

$$A = \frac{3 - \frac{2}{5} + \frac{4}{3}}{2 + \frac{4}{5} - \frac{2}{3}}$$

$$C = \left(\frac{-4^{-2} \times 8^4 \times 3^{12}}{16^2 \times 90^7 \times 30^{-2}} \right)^3$$

Exercice 8 corrigé disponible

1) Calculer sous forme de fraction irréductible : $A = 2 + \frac{5}{4} \times \frac{1}{10}$; $B = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \div \frac{9}{10}$

$$C = \frac{2}{\frac{7}{4}} \quad D = \frac{\frac{2}{7}}{4} \quad ; \quad E = \frac{\frac{1}{5}(1 + \frac{1}{5})^2}{1 - \frac{1}{5}} + \frac{\frac{1}{5}}{(1 - \frac{1}{5})^2}$$

2) Ecrire sous forme d'une puissance de 10 : $A = 10^5 \times (10^{-3})^2$; $B = \frac{10^4 \times (10^8 \times 10^{-3})^{-4}}{10^9}$

3) Développer et réduire : $A = (3x - 5)(x - 3) - (2x - 1)(2x + 5)$; $B = 2(3x - 1)(-x + 7)$

Exercice 9 corrigé disponible

Factoriser chacune des expressions suivantes et les réduire au mieux pour D , E et F :

$$A = 5x^2 - 2x \quad B = 36 - x^2 \quad C = x^2 + 20x + 100 \quad D = (2x + 1)(x - 3) - (2x + 1)(2x + 7)$$

$$E = (3x + 1)^2 - (2x - 5)^2$$

$$F = (x - 1)(2x + 5) + x^2 - 2x + 1.$$

Exercice 10 corrigé disponible

1) Pour tout x appartenant à \mathbb{R} , factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = (3 - x)^2 - (x + 3)^2$$

$$B(x) = (3x + 1)(-6x + 5) - 1 + 9x^2$$

$$C(x) = (1 - 2x)^2 - (2x - 1)^3$$

$$D(x) = (3 - 2x)(x - 3) + x^2 - 6x + 9 + (6 - 2x)(x - 1)$$

Exercice 11 corrigé disponible

1) Simplifier chacune des expressions, en détaillant vos étapes :

$$A = \frac{5}{\sqrt{5}}$$

$$B = (2\sqrt{7})^2$$

$$C = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{25}{36}}$$

2) Ecrire sous la forme : $a\sqrt{b}$, où a est un entier et b un entier naturel, en détaillant les étapes :

$$D = \sqrt{32} + \sqrt{98}$$

$$E = \sqrt{12} - 5\sqrt{3}$$

Exercice 12 corrigé disponible

Ecrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des entiers et c un entier naturel, en détaillant les étapes :

$$A = (4 + \sqrt{2})^2$$

$$B = 3\sqrt{50} + (1 - \sqrt{2})^2$$

Exercice 13 corrigé disponible

Ecrire sans racine carrée au dénominateur : $A = \frac{2 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$

Exercice 14 corrigé disponible

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $(x+1)(3x-2) = 0$

2) $2(1-x)(2x-5) = 0$

3) $(x+1)^2(x-3) = 0$

4) $(4x-2)(7x+1)(12x-6) = 0$

5) $(2x-1)^2 = (2x-1)(x+3)$

6) $(3x+1)^2 - (x+1)^2 = 0$

7) $(2x-1)(x+1) = 5x+5$

8) $(x+1)^2 - (2x+2) = 0$

9) $(x-1)^2 = (2x+1)^2$

10) $(4x^2-9) - 2(2x-3) + x(2x-3) = 0$

11) $x^2 - 6x + 9 = 0$

12) $3x^2 - 6x + 3 = 0$

13) $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$

14) $4x^2 = 4x - 1$

Exercice 15 corrigé disponible

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes et donner les solutions sous forme d'intervalles.

- a. $5x + 3 < 2x - 6$
- b. $x + 5 \leq 4x + 1$
- c. $-3 < 2x - 1 \leq 5$
- d. $3 \leq -4x + 2 < 5$

Exercice 16 corrigé disponible

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'un facteur commun :

1) $P(x) = 18x - 27$

2) $P(x) = 4x^2 - 3x$

3) $P(x) = 5x^2 - 7x$

4) $P(x) = 36x^2 - 9x$

Exercice 17 corrigé disponible

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $\frac{3}{2}x - \frac{5}{3} = 0$

2) $2x + \sqrt{3} = 0$

3) $3x - 5 = \frac{1}{2}x$

4) $\frac{2}{3}x + 1 = x - 3$

5) $\sqrt{2}x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

6) $2(x-3) = \frac{1}{4}(3x-2) + \frac{1}{2}$

7) $2x - 3(x+1) = \frac{1-2x}{2}$

8) $2(x-1) = \sqrt{2}(x+1) - 1$

9) $x - \sqrt{3}(x+1) = 2 - x$

10) $\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4} = 12x - 1$

Exercice 18 corrigé disponible

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) $x - 2 \leq 0$

2) $x + 4 > 0$

3) $2x + 7 > 0$

4) $\frac{1-3x}{4} \geq 0$

5) $3x - 3 < 1 - 2x$

6) $2(x-3) \geq 8 - 3x$

7) $2(x+1) < 3 + 2x$

8) $\frac{x-2}{3} - \frac{1-x}{2} \geq 0$

9) $\frac{x}{2} - \frac{4-x}{4} > 5$

Exercice 19 corrigé disponible

Simplifier les écritures suivantes :

$A = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}$

$B = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$

$C = \sqrt{96} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{24} - 3\sqrt{54}$

$D = 2\sqrt{32} - 3\sqrt{50} + 6\sqrt{8}$

Exercice 20 corrigé disponible

Effectuer le calcul suivant en donnant le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$, a étant un entier relatif.

$$B = 2\sqrt{8} - 8\sqrt{2} + 3(\sqrt{2})^3 - \sqrt{50}$$

Exercice 21 corrigé disponible

Précisez le plus petit ensemble, au sens de l'inclusion, auquel appartiennent les nombres suivants :

1. $A = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$;

3. $C = -\sqrt{2} \times \sqrt{8}$;

2. $B = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{12}}{\sqrt{3}}$;

4. $D = \frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{1-\sqrt{3}}$;

5. $E = (1-\sqrt{2})^2 + \sqrt{8}$;

Exercice 22 corrigé disponible

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = (\sqrt{2} - 1)(2 - \sqrt{2}) \quad B = (2\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$$

$$C = (\sqrt{6} + 2)(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad D = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

$$E = (3\sqrt{2} - 1)^2 - (2\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$$

Exercice 23 corrigé disponible

Simplifier les écritures suivantes :

$$A = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125} \quad B = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$$

$$C = \sqrt{96} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{24} - 3\sqrt{54} \quad D = 2\sqrt{32} - 3\sqrt{50} + 6\sqrt{8}$$