plus de bonnes notes 25/10/23.

* $a \equiv b\ [c] \iff c \mid (a-b)$

$\iff a-b \equiv 0\ [c]$

* $a \equiv b\ [c] \iff b \equiv a\ [c]$

Exercice 4 :

1. Déterminez tous les entiers relatifs n tels que $(n-3)$ divise $(n+5)$
2. Déterminez tous les couples d'entier naturels tels que : $x^2 - 2xy = 15$

1. $\left.\begin{array}{l}(n-3)\mid(n-3)\\(n-3)\mid(n+5)\end{array}\right\}$ $\forall(\alpha;\beta)\in\mathbb{Z}^2,\ (n-3)\mid \alpha(n-3)+\beta(n+5)$

Pour $(\alpha;\beta) = (-1;1)$

$(n-3)\mid(-1(n-3)+1(n+5))$

$(n-3)\mid(-n+3+n+5)$

$(n-3)\mid 8$

$n-3$	n
-8	-5
-4	-1
-2	1
-1	2
1	4
2	5
4	7
8	11

$\xrightarrow{+3}$

L'ensemble des valeurs possibles est $\{-5;-1;1;2;4;5;7;11\}$.

$a\mid b$ et $a\mid c$.

$\forall(\alpha,\beta)\in\mathbb{Z}^2\quad a\mid(\alpha b+\beta c)$.

2. $x^2 - 2xy = 15 \qquad (x;y)\in\mathbb{N}^2$.

$x(x-2y) = 15$.

Diviseurs de 15 : $\{1;3;5;15\} \cup \{-1;-3;-5;-15\}$

$\begin{cases}x=1\\x-2y=15\end{cases}$ $\begin{cases}x=3\\x-2y=5\end{cases}$ $\begin{cases}x=5\\x-2y=3\end{cases}$ $\begin{cases}x=15\\x-2y=1\end{cases}$

$\begin{cases}x=1\\y=\dfrac{15-1}{-2}\end{cases}$ $\begin{cases}x=3\\y=\dfrac{5-3}{-2}\end{cases}$ $\boxed{\begin{cases}x=5\\y=\dfrac{3-5}{-2}\end{cases}=1}$ $\begin{cases}x=15\\y=\dfrac{1-15}{-2}\end{cases}=7$.

Impossible Impossible

$\mathcal{S} = \{(5;1);(15;7)\}$.

plus de bonnes notes

Exercice 19

Démontrer que pour tout naturel k, on a : $5^{4k} - 1$ divisible par 13.

$5^4 = 625 \equiv 1 [13]$ $k \in \mathbb{N}$.

$(5^4)^k \equiv 1^k [13]$.

$5^{4k} \equiv 1 [13]$

$13 / (5^{4k} - 1)$.

Exercice 20

Trouver les restes de la division euclidienne par 7 des nombres : $351^{12} \times 85^{15}$ et $16^{12} - 23^{12}$

$35 = 7 \times 5$

$350 = 7 \times 50$

$351 = 7 \times 50 + 1$. $0 \leq 1 < 7$

$351 \equiv 1 [7]$. $85 \equiv 1 [7]$.

$351^{12} \equiv 1 [7]$. $85^{15} \equiv 1 [7]$.

$351^{12} \times 85^{15} \equiv 1 [7]$

$16^{12} \equiv 2^{12} [7]$.

$2^3 = 8 \equiv 1 [7]$.

$2^3 \equiv 1 [7]$

$2^{12} \equiv 1 [7]$ Par transitivité.

$16^{12} \equiv 1 [7]$

$23 \equiv 2 [7]$.

$23^{12} \equiv 1 [7]$.

$16^{12} - 23^{12} \equiv 0 [7]$.