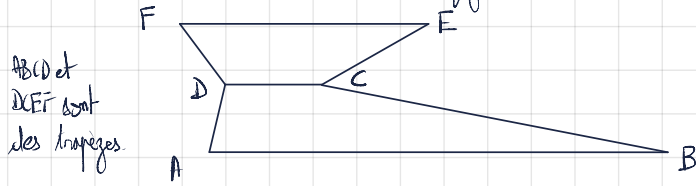


Exercice inédit n°3: On considère la figure suivante:



- 1) Que pouvez-vous dire des droites (AB) et (DC)? Justifiez.
- 2) Que pouvez-vous dire des droites (DC) et (FE)? Justifiez.
- 3) Qu'en déduisez-vous pour les droites (AB) et (FE)? Justifiez.

1) Nous pouvons dire que les droites (AB) et (DC) sont parallèles car le quadrilatère ABCD est un trapèze. Dans un trapèze, il existe nécessairement deux côtés parallèles.

2) Nous pouvons dire que les droites (DC) et (FE) sont parallèles car le quadrilatère DCE est un trapèze.

3) **Données:** On sait que (DC) est parallèle à (FE).

On sait que (AB) est parallèle à (DC)

**Propriété:** si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

**Conclusion:** (AB) est donc parallèle à (FE).

Application:

$$\begin{array}{r} 372 \quad | \quad 3 \\ - 31 \quad | \\ \hline 07 \quad | \\ - 6 \quad | \\ \hline 12 \quad | \\ - 12 \quad | \\ \hline 00 \quad | \end{array} \quad 372 = 3 \times 124$$

$$\begin{array}{r} 3574 \quad | \quad 4 \\ - 32 \quad | \\ \hline 037 \quad | \\ - 36 \quad | \\ \hline 014 \quad | \\ - 12 \quad | \\ \hline 02 \quad | \end{array} \quad 3574 = 4 \times 893 + 2$$

# COURS : DIVISION

Extrait du programme de la classe de Sixième :

CONTENU	COMPÉTENCES EXIGIBLES
Division euclidienne	<ul style="list-style-type: none"><li>– Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus.</li><li>– Calculer le quotient et le reste d'une division d'un entier par un entier dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).</li><li>– Connaître et utiliser le vocabulaire associé (dividende, diviseur, quotient, reste).</li><li>– Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 3 et 9.</li></ul>
Division décimale	<ul style="list-style-type: none"><li>– Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).</li><li>– Diviser par 10, 100, 1 000</li></ul>

## 1 Division euclidienne

### Définition :

Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre entier  $a$  par un nombre entier non nul  $b$ , c'est :

- déterminer combien de paquets de  $b$  unités sont contenus dans  $a$  : ce nombre de paquets est appelé **quotient**, et sera ici noté  $q$ .
- déterminer le nombre d'unités qui restent : ce nombre est appelé **reste**, et sera ici noté  $r$ .

Par exemple :

$$\begin{array}{r|l} \text{dividende } a \rightarrow 23 & 7 \leftarrow \text{diviseur } b \\ \text{reste } r \rightarrow 2 & 3 \leftarrow \text{quotient } q \end{array}$$

On vérifie la division en posant :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}$$

Ici, on a bien  $23 = 7 \times 3 + 2$

**⚠ Attention :**

le reste est toujours **inférieur** au diviseur.

### Définitions :

Lorsque le reste de la division de  $a$  par  $b$  est égal à zéro (*c'est-à-dire lorsque "la division tombe juste"*), on dit que  $a$  est un **multiple** de  $b$ , ou bien que  $b$  est un **diviseur** de  $a$ , ou encore que  $a$  est **divisible** par  $b$ .

Par exemple :

► 15 est un **multiple** de 3, car  $15 = 3 \times 5$

Autrement dit, 3 est un **diviseur** de 15, ou encore 15 est **divisible** par 3.

► 17 n'est pas un multiple de 3, car  $17 = 3 \times 5 + 2$

Il est possible, grâce à quelques règles très simples, de savoir si un nombre entier est un multiple de 2, 3, 4, 5, ou 9. Ces règles sont appelées **critères de divisibilité** :

**Critères de divisibilité :**

- Un nombre sera **divisible par 2** s'il se termine par 2, 4, 6, 8 ou 0.
- Un nombre sera **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre sera **divisible par 4** si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.
- Un nombre sera **divisible par 5** s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre sera **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

**Par exemple :**

726 est divisible par 2, car il se termine par 6.  
 726 est divisible par 3, car  $7 + 2 + 6 = 15$  est un multiple de 3.  
 726 n'est pas divisible par 4, car 26 n'est pas un multiple de 4.  
 726 n'est pas divisible par 5 (car il ne se termine ni par 5, ni par 0).  
 726 n'est pas divisible par 9, car  $7 + 2 + 6 = 15$  n'est pas un multiple de 9.

## 2 Division décimale

**Définition :**

Le **quotient** d'un nombre décimal  $a$  par un nombre entier non nul  $b$  est le nombre qui, multiplié par  $b$ , donne  $a$ . Autrement dit, ce quotient est le facteur manquant dans la multiplication à trous suivante :  $b \times ? = a$ .

Effectuer la **division décimale** du nombre  $a$  par le nombre  $b$ , c'est calculer la valeur exacte (ou une valeur approchée) de ce quotient.

**Technique :**

Le quotient de 23 par 5 est 4,6 ; on a  $5 \times 4,6 = 23$ . On écrit  $23 \div 5 = 4,6$

$$\begin{array}{r|l} 23,0 & 5 \\ - 20 & 4,6 \\ \hline 30 & \\ - 30 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Le quotient de 472,8 par 16 est 29,55 ; on a  $16 \times 29,55 = 472,8$ . On écrit  $472,8 \div 16 = 29,55$

$$\begin{array}{r|l} 472,80 & 16 \\ - 32 & 29,55 \\ \hline 152 & \\ - 144 & \\ \hline 88 & \\ - 80 & \\ \hline 80 & \\ - 80 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

**A retenir :**

au moment où l'on abaisse le chiffre des dixièmes dans le dividende, on pose une virgule dans le quotient.

Lorsque, comme dans l'exemple ci-dessous, la division "ne s'arrête jamais", ou encore lorsque le quotient comporte un grand nombre de décimales, il est nécessaire de donner une **valeur approchée** du quotient.

$$\begin{array}{r}
 52 \\
 - 49 \\
 \hline
 30 \\
 - 28 \\
 \hline
 20 \\
 - 14 \\
 \hline
 60 \\
 - 56 \\
 \hline
 40 \\
 - 35 \\
 \hline
 50 \\
 - 49 \\
 \hline
 1 \\
 \dots
 \end{array}
 \quad \Bigg| \quad
 \begin{array}{r}
 7 \\
 \hline
 7,42857\dots
 \end{array}$$

Il y a plusieurs manières de donner une valeur approchée de ce quotient :

<b>Troncature au dixième</b>	$52 \div 7 \approx 7,4$	On "coupe" (on "tronque") le nombre juste après le chiffre des dixièmes
<b>Troncature au centième</b>	$52 \div 7 \approx 7,42$	On "coupe" (on "tronque") le nombre juste après le chiffre des centièmes
<b>Arrondi au dixième</b>	$52 \div 7 \approx 7,4$	On prend le nombre décimal ayant un chiffre après la virgule qui soit <b>le plus proche</b> du quotient
<b>Arrondi au centième</b>	$52 \div 7 \approx 7,43$	On prend le nombre décimal ayant deux chiffres après la virgule qui soit <b>le plus proche</b> du quotient

En fait, pour déterminer un arrondi, c'est le dernier chiffre de la troncature qui est important. Si ce chiffre est 0, 1, 2, 3 ou 4 alors l'arrondi est la troncature elle-même. Mais si ce chiffre est 5, 6, 7, 8 ou 9, alors, pour trouver l'arrondi, on augmente ce dernier chiffre de 1.

**Remarque :** On ne peut **jamais diviser un nombre par 0** ; en effet, si on voulait diviser un nombre non nul  $a$  par zéro, cela reviendrait à chercher le facteur manquant dans la multiplication à trous suivante :  $0 \times ? = a$ . Or on sait que, quel que soit la valeur que l'on donne au symbole "?", le produit  $0 \times ?$  sera toujours égal à 0... et sûrement jamais à  $a$ !!

### 3 Division par 10, 100, 1000

#### Règle de calcul :

Pour diviser un nombre décimal par 10, il suffit de décaler la virgule de 1 rang vers la gauche.  
 Pour diviser un nombre décimal par 100, il suffit de décaler la virgule de 2 rangs vers la gauche.  
 Pour diviser un nombre décimal par 1 000, il suffit de décaler la virgule de 3 rangs vers la gauche. etc...  
 (on complètera par des zéros si nécessaire)

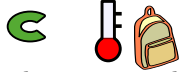
#### Exemples :

$$56 \div 10 = 5,6 \quad 14,4 \div 100 = 0,144 \quad 52 \div 1\,000 = 0,052$$

# Sixième/Opérations élémentaires: division euclidienne

## 1. Calculs mentaux :

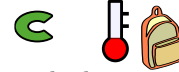
### Exercice 2951



Sans l'aide de la calculatrice, compléter les égalités suivantes :

a.  $6 \times 9 = 54$     b.  $27 \div 3 = 9$     c.  $42 \div 6 = 7$   
 d.  $20 \div 5 = 4$     e.  $3 \times 13 = 39$     f.  $15 \div 3 = 5$   
 g.  $3 \div 1 = 3$     h.  $5 \times 13 = 65$     i.  $18 \div 3 = 6$

### Exercice 3804

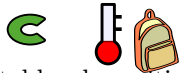


Effectuer de tête les calculs suivants

a.  $4 \times 11 = 44$     b.  $20 \div 4 = 5$     c.  $35 \div 5 = 7$   
 d.  $42 \div 7 = 6$     e.  $4 \times 9 = 36$     f.  $24 \div 8 = 3$   
 g.  $10 \div 5 = 2$     h.  $20 \times 6 = 120$     i.  $63 \div 3 = 21$

## 2. Table de multiplications :

### Exercice 1571



1. Compléter les tables de multiplications suivantes :

× 3					
791	2373	796	2388	801	2403
792	2376	797	2391	802	2406
793	2379	798	2394	803	2409
794	2382	799	2397	804	2412
795	2385	800	2400	805	2415

× 16					
1		6		11	
2		7		12	
3		8		13	
4		9		14	
5		10		15	

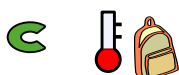
2. En vous servant des tables de multiplications précédentes, répondre aux questions suivantes :

- Donner le plus grand multiple de 3 inférieur à 2411?
- Combien de fois l'entier 3 rentre-t-il au maximum dans 2380?
- Après avoir partagé 2399 en plusieurs parts de 3, combien reste-t-il?
- Donner le plus grand multiple de 16 inférieur à 78?
- Combien de fois l'entier 16 rentre-t-il au maximum dans 174?
- Après avoir partagé 200 en plusieurs parts de 16, combien reste-t-il?

## 3. Critères de divisibilité :

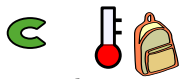


### Exercice 6375



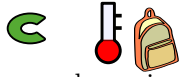
Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 5, 10.

Entiers	214	140	35	107
Divisible par 2				
Divisible par 5				
Divisible par 10				

**Exercice 2397**

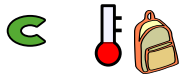
Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 3, 5, 9.

Entiers	123	504	205	1433	2430
Divisible par 2					
Divisible par 3					
Divisible par 5					
Divisible par 9					

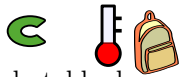
**Exercice 6650**

Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 3, 5, 9.

Entiers	224	279	1860	294	91919
Divisible par 2					
Divisible par 3					
Divisible par 5					
Divisible par 9					

**Exercice 2853**

#### 4. Approche de la division euclidienne

**Exercice 1569**

1. a. Compléter la table de multiplication suivante :

$\times 13$				
0	0	5		10
1		6		11
2		7		12
3		8		13
4		9		14

b. Effectuer les divisions euclidiennes suivantes :  
78 par 13 ; 174 par 13 ; 168 par 13

2. a. Compléter la table de multiplication suivante :

$\times 7$				
992		997		1002
993		998		1003
994		999		1004
995		1000		1005
996		1001		1006

Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 3, 5, 9.

Entiers	525	345	702	1155
Divisible par 2				
Divisible par 3				
Divisible par 5				
Divisible par 9				

**Exercice 1565**

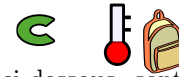
On considère les entiers suivants :

54 ; 123 ; 35 ; 48 ; 1221 ; 10035 ; 6

Parmi les entiers ci-dessus, donner la liste de :

1. tous les entiers qui sont des multiples de 8.
2. tous les entiers qui sont des multiples de 3.
3. tous les entiers divisibles par 5.
4. tous les entiers divisibles par 9.

b. Effectuer les divisions euclidiennes suivantes :  
6964 par 7 ; 7034 par 7

**Exercice 2824**

1. Les égalités ci-dessous sont exactes mais lesquelles représentent une division euclidienne par 9?

- a.  $375 = (40 \times 9) + 15$       b.  $178 = (19 \times 9) + 7$   
c.  $1029 = (115 \times 9) - 6$       d.  $458 = (48 \times 9) + 26$

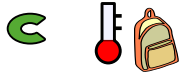
2. D'après l'égalité suivante :  $156 = (21 \times 7) + 9$

- a. Déterminer la division euclidienne de 156 par 21.  
b. Déterminer la division euclidienne de 156 par 7.

3. Reprendre les égalités de la question 1. afin de déterminer les divisions euclidiennes par 9 de 375, 178, 1027, 458.

## 5. Division euclidienne posée :

### Exercice 3870



Poser les divisions euclidiennes suivantes :

- a. 507 par 9      b. 1243 par 3  
c. 1166 par 12      d. 1024 par 16

### Exercice 1577

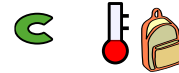


1. Poser et effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

- a.  $158 \div 7$       b.  $884 \div 21$       c.  $1257 \div 5$

2. Donner chacun des résultat précédent sous la forme :  
Dividende = (quotient  $\times$  diviseur) + reste.

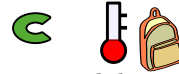
### Exercice 1576



En les posant, effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

- a.  $2150 \div 7$       b.  $12814 \div 16$

### Exercice 746



Effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

- a.  $4\,160 \div 18$       b.  $16\,845 \div 15$       c.  $16\,098 \div 133$

### Exercice 3805

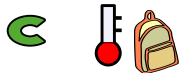


Effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

- a.  $14\,741 \div 17$       b.  $9\,336 \div 12$

## 6. Problèmes avec division euclidienne :

### Exercice 1594



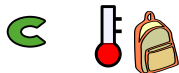
Un fermier ramasse les oeufs pondus par ses poules durant la nuit. Il en compte 748!

Il compte les ranger dans des boîtes contenant chacune une douzaine d'oeufs.

Il possède 65 boîtes.

- Combien de boîtes complètes, le fermier pourra-t-il confectionner?
- A-t-il suffisamment de boîtes pour ranger tous ses oeufs?

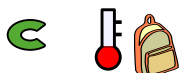
### Exercice 6364



Un restaurateur possède un morceau de  $1,5\text{ kg}$  de viande avec lequel il veut confectionner 12 brochettes de viandes. Le prix de la viande est de  $4\,400\text{ F}$  par kilogramme et il souhaite réaliser  $200\text{ F}$  de bénéfice par brochette.

- Déterminer le poids de la viande utilisé pour une seule brochette.
  - Quel est le prix de fabrication d'une brochette?
- S'il vend toute les brochettes, quel est le bénéfice total réalisé par le restaurateur.

### Exercice 6649



Giulia possède les 56 romans de la collection des "Arsène

Lupins". Elle souhaite les ranger sur son étagère comprenant 4 plateaux de  $65\text{ cm}$  chacun.

Tous ces romans ont  $3\text{ cm}$  pour largeur.

- Combien de romans peut-elle placer au maximum sur un plateau?
- En remplissant au maximum les plateaux utilisés de son étagères :
  - Combien de plateaux utilisera-t-elle?
  - Combien de livres seront présents sur le dernier plateau utilisé?

### Exercice 2852



- Effectuer la division euclidienne de  $1482$  par  $7$ .
  - Combien de fois le nombre  $7$  rentre au maximum de fois dans  $1482$
- On considère l'égalité ci-dessous :  
 $5579 = (230 \times 24) + 59$ 
  - Cette égalité ne représente pas la division euclidienne de  $5579$  par  $24$  car le terme  $59$  est supérieur au diviseur.  
Ecrire la division euclidienne de  $5579$  par  $24$ .
  - Dans son magasin, Jean possède  $5579$  canettes ; il organise celles-ci en palette de  $24$  canettes. Combien lui restera t-il de canettes non-rangées?