Chapitre 1 :	Arithmétique.

I- Multiples et diviseurs.

1) Division euclidienne.

***a* et *b* désignent deux nombres entiers positifs (avec b ≠ 0).**

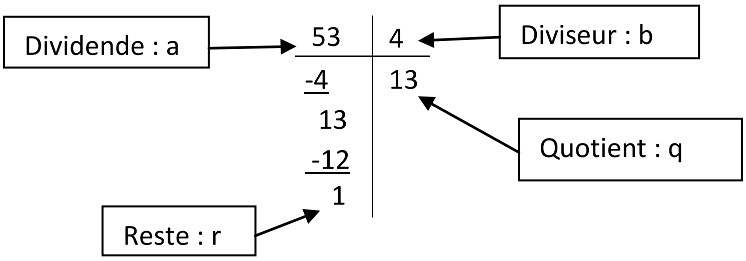
Effectuer la division euclidienne de *a* par *b*, c'est déterminer les deux nombres entiers positifs *q* et *r* tels que :

dividende → a | b ← diviseur
r | q

$$a = b\times q + r \text{ avec } \quad 0 \leq r < b.$$

Dividende = diviseur × quotient + reste

Exemple : Division euclidienne de 53 par 4



On écrit l'égalité : 53 = 4×13 + 1

Application :

Effectue la division euclidienne de 752 par 6 et écris l'égalité.

2) Définitions.

On dit que *b* est un diviseur de *a* si le reste de la division euclidienne de *a* par *b* est nul (égal à 0).

On a donc : $a = b\times q$

On dit que b divise a, que a est divisible par b ou que a est un multiple de b.

Exemple :

72 = 8×9

72 est divisible par 8. 9 est un diviseur de 72.

72 est un multiple de 8. 72 est un multiple de 9.

3) Critères de divisibilité.

Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est **0 ; 2 ; 4 ; 6 et 8**.

Exemples :

- par 5, si son chiffre des unités est **0** ou **5.**

Exemples :

- par 10, si son chiffre des unités est **0.**

Exemples :

321

3+2+1 = 6.

- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par **3.**

Exemples :

- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par **9**.

99

9+9 = 18.

Exemples :

II- Nombres premiers.

1) Définition :

Définition : **Un nombre est premier s'il possède deux diviseurs uniques qui sont 1 et lui-même.**

Exemples : **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97…**

2) Diviseurs communs à deux entiers.

Tous les diviseurs de 60 sont : **1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.**

Tous les diviseurs de 100 sont : **1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 et 100.**

Les diviseurs communs à 60 et 100 sont : **1, 2, 4, 5, 10 et 20.**

Le plus grand diviseur commun des nombres 60 et 100 est **20**.

3) Nombres premiers entre eux.

Deux nombres sont premiers entre eux lorsque leur seul diviseur commun est 1.

Exemple :

Tous les diviseurs de 45 sont : **1, 3, 5, 9, 15 et 45.**

Tous les diviseurs de 32 sont : **1, 2, 4, 8, 16 et 32.**

Le seul diviseur commun de 45 et 32 est 1.

Donc 45 et 32 sont premiers entre eux.

20

$20 = 2 \times 10$
$= 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5.$

On dit qu'une fraction est irréductible, lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Exemple : la fraction $\frac{45}{32}$ est irréductible.

III- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers.

On peut toujours décomposer un nombre non premier en produit de plusieurs facteurs premiers.

Exemples :

1) Décompose 2 520 en produit de facteurs premiers.

$2\,520 = 2 \times 1\,260$
$= 2 \times 2 \times 630$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 315$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 105$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 35$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

Ainsi, $2\,520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

Gauss, Euclide
Riemann.

2

2 et 1.

2) Décompose 1 512 en produit de facteurs premiers.

$1\,512 = 2 \times 756$

$= 2 \times 2 \times 378$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 189$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 63$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 21$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$

Ainsi, **$1\,512 = 2^3 \times 3^3 \times 7$**

3) Simplifie la fraction $\frac{2520}{1512} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3^3 \times 7} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{5}{3}$

Sur le cahier d'exercices :

1) Décompose les nombres 540 et 1620 en deux produits de facteurs premiers puis simplifie la fraction $\frac{540}{1620}$.

2) Décompose les nombres 396 et 378 en deux produits de facteurs premiers puis simplifie la fraction $\frac{396}{378}$.

3) Décompose en produits de facteurs premiers le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{3960}{22950}$ puis rends-la irréductible.