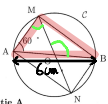


Exercice 6



- On considère la figure ci-contre dans laquelle :
- $AB = 6 \text{ cm}$  et  $\widehat{BAM} = 60^\circ$  ;
  - $C$  est le cercle de centre  $O$  et de diamètre  $[AB]$  ;
  - $AMBN$  est un rectangle inscrit dans le cercle  $C$ .

- Partie A
1. Que représente le cercle  $C$  pour le triangle  $AMB$  ?
  2. Quelle est l'image du point  $A$  par la symétrie centrale de centre  $O$  ?
  3. Quelle est l'image du point  $M$  par la rotation de centre  $O$ , d'angle  $120^\circ$ , dans le sens des aiguilles d'une montre ?
- Partie B
1. En utilisant le cosinus de l'angle  $\widehat{BAM}$ , calculer  $AM$ .
  2. Combien mesure l'angle  $\widehat{BOM}$  ? Justifier.

Partie B :

1. Le triangle  $BAM$  est rectangle en  $M$ . Donc, on a :

$$\cos(\widehat{BAM}) = \frac{\text{côté adj}}{\text{hyp}} = \frac{AM}{AB}$$

$$\cos(\widehat{BAM}) = \frac{AM}{AB}$$

$$AM = AB \times \cos(\widehat{BAM})$$

$$AM = 6 \times \cos(60^\circ)$$

$$AM = 6 \times \frac{1}{2} = \boxed{3 \text{ cm}}$$

2. Le triangle  $AMN$  est équilatéral.

$$\widehat{AMN} = 60^\circ$$

Or  $\widehat{AMN}$  et  $\widehat{NOB}$  sont opposés par le sommet.

$$\widehat{AMN} = \widehat{NOB} = 60^\circ$$

$$\text{Ainsi } \widehat{BOM} = \frac{360 - 2 \times 60}{2} = \boxed{120^\circ}$$

Figure



Volume :

$$L^3$$

Unité :

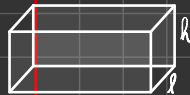
$$m^3 ; L$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 L$$

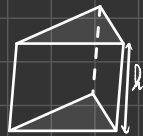
$$1 \text{ m}^3 = 1000 L$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

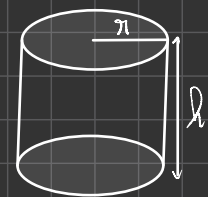
$$L \times l \times h$$



Prisme droit :



$$V = (\text{aire de la base}) \times h$$



$$V = \pi r^2 \times h$$



$$V = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$$



$$V = \frac{4}{3} \times \pi r^3$$

Exercice 7 :

1. Calculons le carré de longueur du plus grand côté :

$$BC^2 = 15^2 = 225$$

Calculons la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$BA^2 + AC^2 = 12^2 + 9^2 = 225$$

On remarque que :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$   
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .

$$\frac{3 \times (2 + 5 \times 4)}{5 \times 6}$$

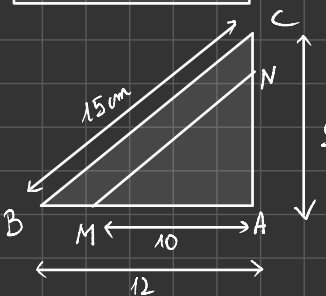
$$\frac{3 + 4}{4 \times 1}$$

$$\frac{4 \times (3 + 2)}{4 \times 8}$$

2. On a  $B = \frac{b \times h}{2} = \frac{9 \times 12}{2}$   
 $= \frac{9 \times 6 \times 2}{2} = \boxed{54 \text{ cm}^2}$

3.  $V = \text{aire de la base} \times h$   
 $V = 54 \times 25$   
 $V = \boxed{1350 \text{ cm}^3}$

4. a)



b) Les points  $A, M, B$  et  $A, N, C$  sont alignés dans le même ordre. Les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

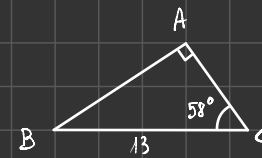
$$\frac{MA}{BA} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{CB}$$

$$\frac{10}{12} = \frac{AN}{9}$$

$$AN = \frac{9 \times 10}{12} = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 2}{3 \times 2 \times 2} = \frac{15}{2} = \boxed{7,5 \text{ cm}}$$

EXO14

1.



Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .

$$\cos(\widehat{BCA}) = \frac{AC}{BC}$$

$$AC = BC \times \cos(\widehat{BCA})$$

$$AC = 13 \times \cos(58^\circ) \text{ valeur exacte}$$

$$\boxed{AC \approx 6,89 \text{ cm}}$$

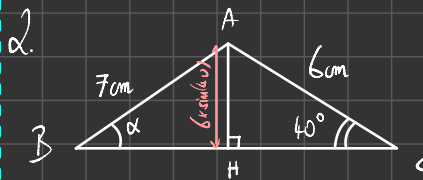
$$\sin(\widehat{BCA}) = \frac{AB}{BC}$$

$$AB = BC \times \sin(\widehat{BCA})$$

$$AB = 13 \times \sin(58^\circ) \text{ valeur exacte}$$

$$AB = 11,02 \text{ cm}$$

2.



a. Le triangle  $AHC$  est rectangle en  $H$ .

$$\sin(\widehat{ACH}) = \frac{AH}{AC}$$

$$AH = AC \times \sin(\widehat{ACH})$$

$$AH = 6 \times \sin(40^\circ) = (\text{cm})$$

Le triangle  $AHB$  est rectangle en  $H$  d'où :

$$\sin(\alpha) = \frac{AH}{AB}$$

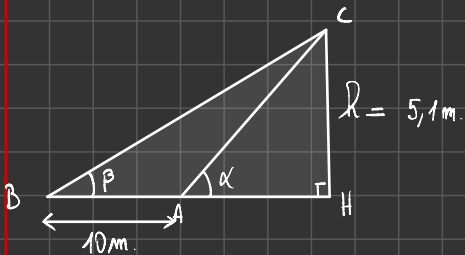
$$\sin(\alpha) = \frac{AH}{AB}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{6 \cdot \sin(40)}{7}$$

$$\alpha = \text{Arcsin}\left(\frac{6 \cdot \sin(40)}{7}\right)$$

$$\alpha = 33,4^\circ$$

# EXO15



Le triangle AHC est rectangle en H :

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{AH}$$

$$AH = \frac{h}{\tan(\alpha)}$$

Le triangle BHC est rectangle en H. Donc :

$$\tan(\beta) = \frac{h}{BH}$$

$$BH = \frac{h}{\tan(\beta)}$$

$$BH - AH = AB$$

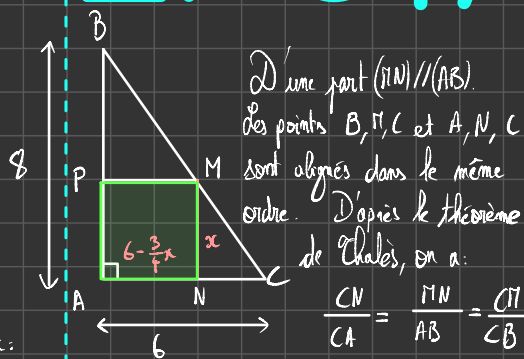
$$\frac{h}{\tan(\beta)} - \frac{h}{\tan(\alpha)} = AB$$

$$h \left( \frac{1}{\tan(\beta)} - \frac{1}{\tan(\alpha)} \right) = AB$$

$$h = \frac{AB}{\frac{1}{\tan(\beta)} - \frac{1}{\tan(\alpha)}}$$

$$h = \frac{10}{\frac{1}{\tan(27)} - \frac{1}{\tan(42)}} = 11,74 \text{ m}$$

# EXO17



D'une part (MN) // (BC).  
Des points B, M, C et A, N, C  
sont alignés dans le même  
ordre. D'après le théorème  
de Thalès, on a :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{MN}{AB} = \frac{CM}{CB}$$

$$\frac{CN}{6} = \frac{x}{8}$$

$$CN = \frac{6 \times x}{8} = \frac{3 \times x}{4}$$

$$2. AN = AC - CN = 6 - \frac{3}{4}x$$

ANMP est un carré ssi : AN = NM

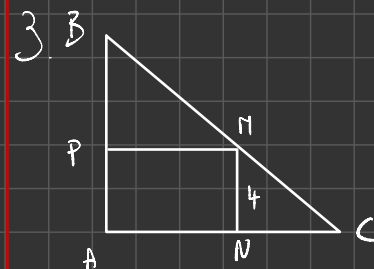
$$\Leftrightarrow 6 - \frac{3}{4}x = x$$

$$\Leftrightarrow 6 = \frac{3}{4}x + x$$

$$\Leftrightarrow 6 = \frac{7}{4}x$$

$$\Leftrightarrow 6 \times \frac{4}{7} = x$$

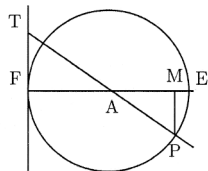
$$\Leftrightarrow x = \frac{24}{7}$$



# Géométrie du plan et de l'espace – Exercices - Devoirs

## Exercice 1 corrigé disponible

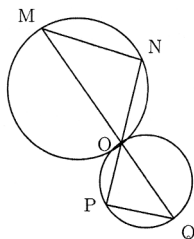
On considère un cercle de centre A et de rayon 5 cm.  
Soit [EF] un de ses diamètres, M le point du segment [AE] tel que  $AM = 4$  cm et P un point du cercle tel que  $MP = 3$  cm.



- Démontrer que le triangle AMP est rectangle en M.
- On trace la tangente au cercle en F; cette droite coupe la droite (AP) en T.
  - Démontrer que les droites (FT) et (MP) sont parallèles.
  - Calculer la longueur AT.

## Exercice 2 corrigé disponible

Les points M, O et Q sont alignés ainsi que les points N, O et P.  
Les segments [OM] et [OQ] sont des diamètres des deux cercles tracés;  
on donne :  $OM = 7,5$  cm et  $OQ = 4,5$  cm.



- Prouver que le triangle MNO est rectangle en N.  
*On admet pour la suite que le triangle OPQ est rectangle en P.*
- Justifier que les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.
- Dans le cas où  $ON = 5$  cm, calculer la distance OP.  
Justifier.

## Exercice 3 corrigé disponible

On considère un triangle EFG tel que  $EF = 6$  cm,  $FG = 7,5$  cm et  $GE = 4,5$  cm.

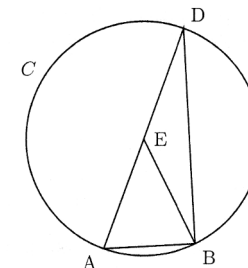
- Construire le triangle EFG.
- Montrer que le triangle EFG est rectangle et préciser en quel point.
- Construire le point M milieu de [EF] et construire la droite parallèle à [EG] passant par M; elle coupe [FG] en N.
- Montrer que N est le milieu de [FG].

## Exercice 4 corrigé disponible

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, nous savons que :

- (C) est un cercle de centre E dont le diamètre [AD] mesure 9 cm.
- B est un point du cercle (C) tel que :  $\widehat{AEB} = 46^\circ$ .

- Faire la figure en respectant les dimensions données.
- Montrer que le triangle ABD est un triangle rectangle.
- Justifier que :  $\widehat{ADB} = 23$ .
- Calculer la longueur AB et préciser sa valeur arrondie au centième de cm.
- On trace la droite parallèle à la droite (AB) passant par E.  
Elle coupe le segment [BD] au point F.
- Calculer la longueur EF et préciser sa valeur arrondie au dixième de cm.

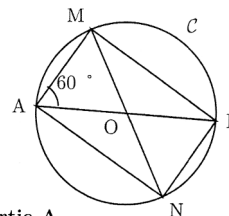


## Exercice 5

On considère un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que  $BC = 8$  cm. On place sur ce cercle un point A tel que  $BA = 4$  cm.

- Faire une figure en vraie grandeur.
- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
  - Calculer la valeur exacte de la longueur AC. Donner la valeur arrondie de AC au millimètre près.
  - Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{ABC}$ .
- On construit le point E symétrique du point B par rapport au point A. Quelle est la nature du triangle BEC? Justifier.

## Exercice 6



On considère la figure ci-contre dans laquelle :

- $AB = 6$  cm et  $\widehat{BAM} = 60^\circ$  ;
- C est le cercle de centre O et de diamètre [AB] ;
- AMB est un rectangle inscrit dans le cercle C.

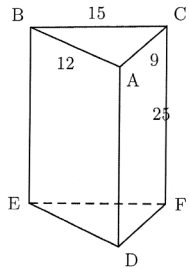
### Partie A

- Que représente le cercle C pour le triangle AMB?
- Quelle est l'image du point A par la symétrie centrale de centre O?
- Quelle est l'image du point M par la rotation de centre O, d'angle  $120^\circ$ , dans le sens des aiguilles d'une montre?

### Partie B

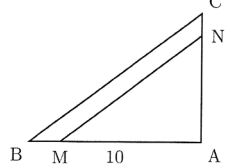
- En utilisant le cosinus de l'angle  $\widehat{BAM}$ , calculer AM.
- Combien mesure l'angle  $\widehat{BOM}$ ? Justifier.

### Exercice 7



Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.  
 Un menuisier a fabriqué un objet en bois ayant la forme d'un prisme droit à base triangulaire.  
 Cet objet est représenté par le solide ABCDEF ci-contre tel que :  
 $AB = 12$ ;  $AC = 9$ ;  $BC = 15$ ;  $CF = 25$ .

- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
- Montrer que l'aire  $\mathcal{B}$  du triangle ABC est égale à  $54\text{cm}^2$ .
- En déduire le volume  $\mathcal{V}$  du prisme droit en  $\text{cm}^3$ .  
 (On rappelle que :  $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$  avec  $\mathcal{B}$  l'aire de la base en  $\text{cm}^2$  et  $h$  la hauteur du prisme en cm).
- Le menuisier souhaite tailler cet objet en le sectionnant par un plan parallèle à la face BCFE. L'intersection entre ce plan et la base ABC est le segment [MN].



$(MN) \parallel (BC)$   
 $AM = 10$   
 $AB = 12$   
 $AC = 9$   
 $BC = 15$

Pour faciliter la découpe du bois, le menuisier veut connaître la longueur AN.

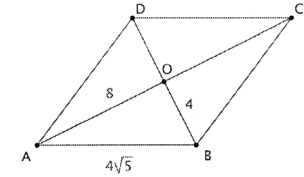
- Refaire cette figure en vraie grandeur.
- Calculer AN.

### Exercice 8

- Construire un triangle équilatéral FIO de 5 cm de côté.
- Construire le point R, symétrique de I par rapport au point O.
- Construire le point E, symétrique de I par rapport à la droite (OF).
- Construire le point U, symétrique de F par rapport au point O.
- Construire le point G, symétrique de F par rapport à la droite (IO).
- Tracer le polygone FIGURE. Quelle semble être sa nature ?

### Exercice 9

Le parallélogramme ci-contre est-il un losange ?



### Exercice 10

ABC est un triangle isocèle en A. Le cercle  $\mathcal{C}$ , de diamètre [AB], coupe [BC] en D et [AC] en E. La perpendiculaire à (AB) passant par C coupe la droite (BE) en F.

**Objectif :** Démontrer que A, D et F sont alignés, et que (AF) est la médiatrice de [BC].

- Faire une figure.
- Quelle est la nature des triangles AEB et ADB ?
  - Pourquoi peut-on affirmer que F est l'orthocentre du triangle ABC ?
  - Pourquoi peut-on affirmer que (AD) est la médiatrice de [BC] ?
- Montrer que (AF) et (BC) sont perpendiculaires.
  - En déduire que A, D, et F sont alignés, puis que (AF) est médiatrice de [BC].

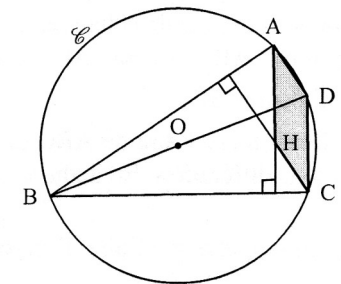
### Exercice 11

- Soit un triangle ABC rectangle en A. Soit I le milieu de [AB] et O l'intersection de la droite passant par I et parallèle à (AC) avec le segment [BC]. J est l'intersection de la droite passant par O et parallèle à (AB) avec le segment [AC].

- Faire une figure.
- Montrer que le centre du cercle circonscrit du triangle ABC se situe en O.

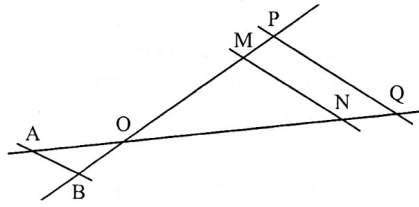
- $\mathcal{C}$  est le cercle de diamètre [BD] et de centre O. A et C sont deux points du cercle  $\mathcal{C}$ .

- Pourquoi les droites (AD) et (CH) sont-elles parallèles ?
- Pourquoi les droites (AH) et (CD) sont-elles parallèles ?
- En déduire la nature du quadrilatère AHCD.



### Exercice 12

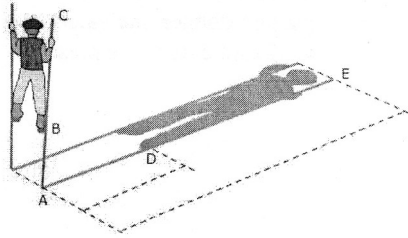
- 1) On donne la figure ci-contre, les droites (MN) et (PQ) sont parallèles et :  
 $OA = 3$  ;  $OB = 1,8$ ,  $OM = 4,8$  ;  $OP = 6$   
et  $OQ = 9$
- Calculer ON
  - Les droites (AB) et (MN) sont-elles parallèles ?



- 2) On suppose que les rayons du soleil sont parallèles.

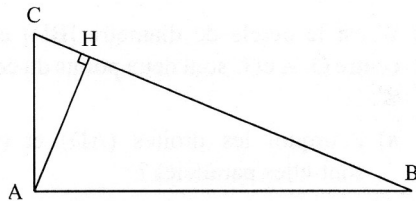
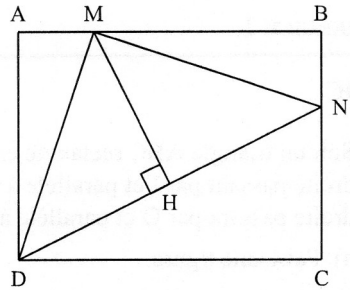
$AC = 230$  cm ;  $AD = 140$  cm ;  
 $AE = 518$  cm

Calculer BC (valeur au mm près)



### Exercice 13

- 1) ABCD est un rectangle tel que  $AB = 4$  cm et  $BC = 3$  cm. M est un point de [AB] tel que  $AM = 1$  cm. N est un point de [BC] tel que  $BN = 1$  cm.
- Démontrer que les droites (MD) et (MN) sont perpendiculaires.
  - La droite perpendiculaire à (DN) et passant par M coupe [DN] en H. Calculer MH.
- 2) Soit un triangle ABC rectangle en A. On appelle H le pied de la hauteur issue de A. On donne  $AB = 12$  cm ,  $AC = 5$  cm.
- Calculer BC.
  - Déterminer l'aire de ABC de deux façons différentes. En déduire AH.

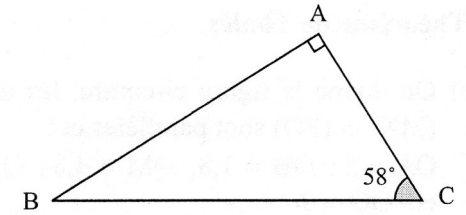


△ On rappelle que l'aire d'un triangle de base  $b$  et de hauteur  $h$  vaut :  $\frac{b \times h}{2}$

### Exercice 14

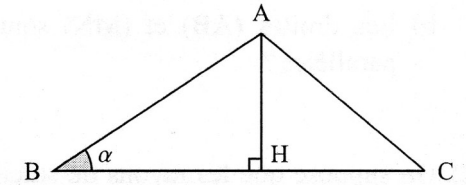
- 1) Le triangle ABC est rectangle en A et :  
 $BC = 13$  ;  $\widehat{ACB} = 58^\circ$

Calculer les valeurs exactes, puis approchées au centième, de AB et AC.



- 2) On donne :  $AC = 6$ ,  $AB = 7$  et  $\widehat{ACH} = 40^\circ$

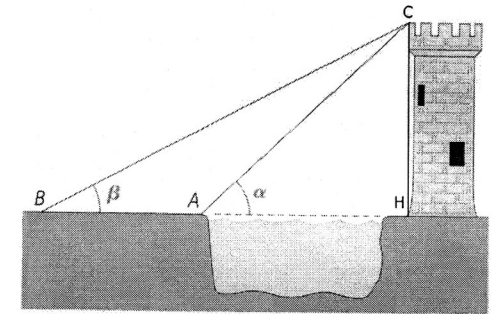
- Calculer la valeur exacte de AH
- Calculer la valeur exacte de l'angle  $\alpha$  puis en donner une valeur approchée au dixième de degré près.



### Exercice 15

Avant de lancer l'assaut, les chevaliers veulent connaître la hauteur du château. Un chevalier lit d'abord l'angle  $\alpha$  lorsqu'il est au bord du fossé ; l'angle vaut  $42^\circ$ . Il recule de 10 m ( $AB = 10$ ), l'angle  $\beta$  vaut alors  $27^\circ$ .

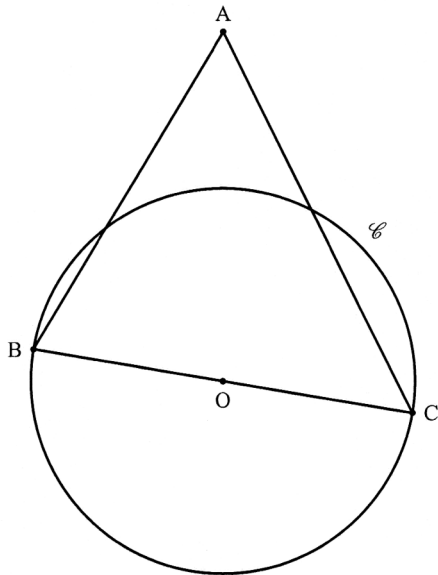
- On pose  $h = HC$ , déterminer les longueurs AH et BH en fonction de  $h$
- En déduire la valeur exacte de  $h$  puis en donner une valeur approchée au cm près.



### Exercice 16

Soient un triangle  $ABC$ , un cercle  $\mathcal{C}$  de diamètre  $[BC]$  et de centre  $O$  représentés en annexe. On complétera la figure au fur et à mesure de l'énoncé.

- 1) a) Placer les points  $D$  et  $E$ , intersections respectives du cercle  $\mathcal{C}$  avec les droites  $(AB)$  et  $(AC)$ .
  - b) Qu'est-ce que l'orthocentre d'un triangle. Quelle est sa propriété.
  - c) On note  $H$  le point d'intersection des droites  $(BE)$  et  $(CD)$ . Montrer que les droites  $(AH)$  et  $(BC)$  sont perpendiculaires.
- 2) a) A la règle, non graduée, et au compas placer les points  $M$  et  $N$  tels que  $ABCM$  et  $ACBN$  soient des parallélogrammes. On laissera les traits de construction.
  - b) Montrer que le point  $A$  est sur la droite  $(MN)$  et que  $A$  est le milieu du segment  $[MN]$ .



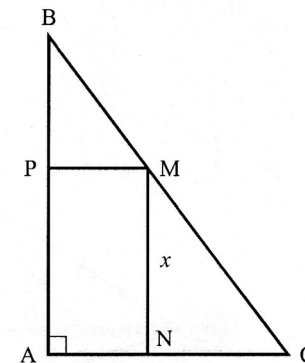
### Exercice 17

$ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ .

On donne :  $AB = 8$  et  $AC = 6$ .

$M$  est un point quelconque du segment  $[BC]$ . Les droites  $(PM)$  et  $(MN)$  sont respectivement parallèles aux droites  $(AC)$  et  $(AB)$ .

On pose :  $MN = x$

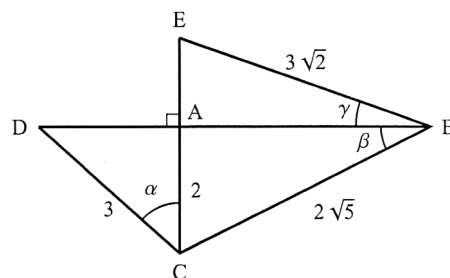


- 1) A l'aide du théorème de Thalès, calculer  $CN$  en fonction de  $x$ . En déduire  $AN$  en fonction de  $x$ .
  - 2) Pour quelle valeur de  $x$  le rectangle  $ANMP$  est-il un carré ?
  - 3) On suppose pour cette question que  $x = 4$ . Quelle est la position de  $M$  sur le segment  $[BC]$
- 
- 4) On fait varier le point  $M$  sur le segment  $[BC]$ . On cherche la position de  $M$  pour que la distance  $NP$  soit minimale.
    - a) Montrer alors que la droite  $(AM)$  est perpendiculaire à  $(BC)$
    - b) Calculer la distance  $BC$ .
    - c) En calculant de deux manières le sinus de  $\widehat{BCA}$ , déterminer alors cette distance  $NP$  minimale. On pourra s'aider d'une figure dans la configuration où  $(AM)$  est perpendiculaire à  $(BC)$ .

### Exercice 18

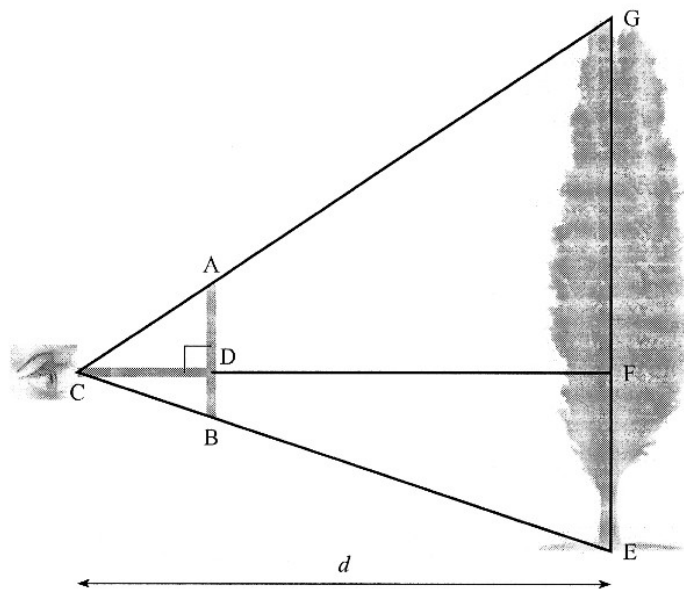
On donne la figure ci-contre.

- 1) Déterminer la valeur exacte de AB.
- 2) Déterminer la valeur exacte de DE.
- 3) Déterminer les valeurs exactes des angles  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  puis leurs valeurs approchées au dixième de degré près.



### Exercice 19

La croix du bucheron consiste à prendre deux baguettes de même dimension qui permettent d'évaluer la hauteur d'un arbre. On place la première baguette [AB] verticalement et la seconde [CD] horizontalement en la faisant glisser sur la première de façon à pouvoir viser le pied et la cime de l'arbre comme indiqué sur le schéma suivant :



- 1) Déterminer le rapport  $\frac{CA}{CG}$ , dans :

- a) le triangle CFG
- b) le triangle CEG

- 2) Montrer alors que si  $AB = CD$ , on a  $CF = EG$

- 3) Que peut-on dire de la hauteur de l'arbre par rapport à la distance  $d$  de l'observateur à l'arbre ?