

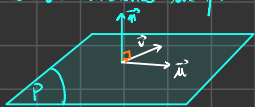
EXOS

1) Coordonnées de $F \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ d'où :

$\vec{FD} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ d'où eq paramétrique de (FD) :

$$\begin{cases} x = 0 - t \\ y = 1 + t \\ z = 0 - t \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = -t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$$

2) Pour montrer qu'un vecteur est normal à un plan, on doit montrer que le vecteur \vec{n} est orthogonal à 2 vecteurs non colinéaires du plan.



$B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $G \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ d'où $\vec{BG} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$E \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{BE} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Où $\vec{n} \cdot \vec{BE} = 1 \times (-1) + (-1) \times 0 + 1 \times 1 = 0$
 $\vec{n} \perp \vec{BE}$

et $\vec{n} \cdot \vec{BG} = 1 \times 0 + (-1) \times 1 + 1 \times 1 = 0$
 $\vec{n} \perp \vec{BG}$

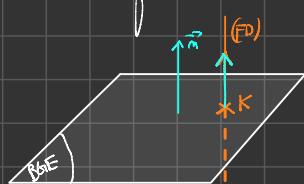
\vec{n} est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (BGE) donc \vec{n} est normal au plan (BGE) d'où :

(BGE) : $ax + by + cz + d = 0$
 $x - y + z + d = 0$

Où BE (BGE), d'où :
 $1 - 0 + 0 + d = 0$
 $\Rightarrow d = -1$

Finalement : (BGE) : $x - y + z - 1 = 0$

3



Vérifions la colinéarité entre \vec{FD} et \vec{n} .

$\vec{FD} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ On remarque :
 $-1 \times \vec{FD} = \vec{n}$
donc \vec{FD} et \vec{n} sont

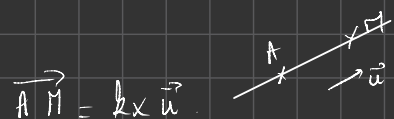
colinéaires. Or \vec{n} est orthogonal à (BGE) donc (FD) est perpendiculaire à (BGE).

Déterminons les coordonnées de K, intersection de (BGE) et de (FD)

$\begin{cases} x = -t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$ (BGE) : $x - y + z - 1 = 0$

d'où : $(-t) - (1+t) + (-t) - 1 = 0$
 $-3t - 2 = 0$ On en déduit les
coordonnées de K :
 $t = -\frac{2}{3}$

$\begin{cases} x = -(-\frac{2}{3}) \\ y = 1 + (-\frac{2}{3}) \\ z = -(-\frac{2}{3}) \end{cases} = \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{3} \\ z = \frac{2}{3} \end{cases}$

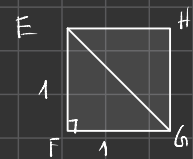


$\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z - z_A \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix}$
 $\begin{cases} x - x_A = k x_u \\ y - y_A = k y_u \\ z - z_A = k z_u \end{cases}$

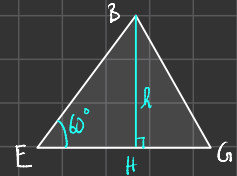
4. $[BE]$, $[BG]$ et $[EG]$ sont les diagonales de carrés isométriques. D'où :

$BE = BG = EG$

Le triangle BEG est équilatéral.



Le triangle EFG est rectangle en F d'où :
 $EG = \sqrt{2}$



$\sin(\widehat{BEG}) = \frac{h}{BE}$

$h = BE \times \sin(\widehat{BEG})$

$A(BGE) = \frac{EG \times h}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sin(60)}{2}$
 $= \frac{2 \times \sin(60)}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

5) Calculons FK. $F \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $K \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

$FK = \sqrt{(\frac{2}{3} - 1)^2 + (\frac{1}{3} - 0)^2 + (\frac{2}{3} - 1)^2}$

$FK = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}}$

$FK = \sqrt{\frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$V = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{6}$