

EXO 22

1) b) Corollaire du Théorème de Bezout:

Calculons $\text{PGCD}(26, 9)$.

$$26 = 2 \times 9 + 8$$

$$9 = 8 \times 1 + 1$$

$$8 = 8 \times 1 + 0$$

d'après l'algorithme
d'Euclide $\text{PGCD}(26, 9) = 1$.

Or $\text{PGCD}(26, 9) \mid 1$ d'après le corollaire du théorème de Bezout, l'équ° $9a + 26b = 1$ admet au moins 1 solution.

Le couple $(-23, 8)$ convient. En effet:

$$9 \times (-23) + 26 \times 8 = 1$$

$$1) \quad y \equiv 9x + 2 \pmod{26} \Leftrightarrow x \equiv 3y + 20 \pmod{26}$$

$$y \equiv 9x + 2 \pmod{26}$$

$$3y \equiv 27x + 6 \pmod{26}$$

$$3y \equiv 26x + x + 6 \pmod{26}$$

$$3y \equiv x + 6 \pmod{26}$$

$$-x \equiv -3y + 6 \pmod{26}$$

$$x \equiv 3y - 6 \pmod{26}$$

$$x \equiv 3y + 20 \pmod{26}$$

$$\text{R: 17:} \quad \begin{aligned} 3y + 10 &= 3 \times 17 + 20 \\ &= 71 \end{aligned}$$

$$71 = 26 \times 2 + \underline{\underline{19}}$$

$x = 19$, c'est la bonne T.

$$\exists: x = 9$$

$$\exists = 9p + 2 \pmod{26}$$

$$\exists k \in \mathbb{Z}, q$$

$$9p + 2 - 3 = 26k$$

$$9p = 26k + 1$$

$$p = \frac{26k + 1}{9}$$

pour $k=1$, on trouve $\boxed{p=3}$

$$a \equiv b \pmod{c}$$

$$c \mid (a-b)$$

$$a-b = ck$$