Fonction exponentielle – Exercices - Devoirs

Exercice 1 **corrigé disponible**

Simplifier les expressions suivantes :

1. $A=\left(e^{x}\right)^{3}e^{-2x}$

2. $B=\dfrac{e^{2x+1}}{e^{-2x}}$

3. $C=\dfrac{e^{3x-1}}{e^{2-x}}$

4. $D=\sqrt{\dfrac{20e^{5x}}{5e^{-4x}}}$

5. $E=\sqrt{\dfrac{3e^{x-1}}{e^{2x+1}}}$

Exercice 2 **corrigé disponible**

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $e^{x}=-4$

2. $\left(e^{x}-\dfrac{1}{2}\right)^{2}=\dfrac{1}{4}$

3. $\dfrac{e^{5x+3}}{e^{x-4}}\leq\dfrac{1}{e}$

4. $e^{x^2}\leq\left(e^{x}\right)^{2}$

Exercice 3 **corrigé disponible**

On justifiera chaque étape des résolutions suivantes.

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $e^{x^2-5}=e^{-4x}$ b) $e^{x+1}\times e^{3x+5}=1$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation suivante : $e^{7-3x^2}>e^{2-2x}$

Exercice 4 **corrigé disponible**

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $g(x)=e^{x}-x-1$

1) Étudier les variations de la fonction g.
2) Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
3) En déduire que pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$, $e^{x}-x>0$.

Exercice 5 **corrigé disponible**

Soit f la fonction définie sur **R** par :

$$f(x)=\mathrm{e}^{2x}+6\mathrm{e}^{x}-8x-4.$$

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère :

- $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f ;
- $\mathscr{D}$ la droite d'équation cartésienne $y=-8x-4$.

1. Montrer que, pour tout $x\in\mathbf{R}$, $f'(x)=2\left(\mathrm{e}^{x}-1\right)\left(\mathrm{e}^{x}+4\right)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur **R**.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur **R**.

4. En déduire le signe de $f(x)$ sur **R**.

5. La courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite $\mathscr{D}$ ont-elles un point commun ? Justifier.

Exercice 6 **corrigé disponible**

Question 1

On considère la fonction f définie sur **R** par : $f(x)=(x+1)\mathrm{e}^{x}$.
La fonction dérivée f' de f est donnée sur **R** par :

a. $f'(x)=\mathrm{e}^{x}$	**b.** $f'(x)=(x+2)\mathrm{e}^{x}$	**c.** $f'(x)=-x\mathrm{e}^{x}$	**d.** $f'(0)=0$

Question 2

Pour tous réels a et b, le nombre $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{\mathrm{e}^{-b}}$ est égal à :

a. e^{a-b}	**b.** $\mathrm{e}^{\frac{a}{-b}}$	**c.** $\dfrac{\mathrm{e}^{b}}{\mathrm{e}^{-a}}$	**d.** $\mathrm{e}^{a}-\mathrm{e}^{-b}$

Exercice 1 :

1. $A=\left(e^{x}\right)^{3}e^{-2x}$
2. $B=\dfrac{e^{2x+1}}{e^{-2x}}$
3. $C=\dfrac{e^{3x-1}}{e^{2-x}}$
4. $D=\sqrt{\dfrac{20e^{5x}}{5e^{-4x}}}$
5. $E=\sqrt{\dfrac{3e^{x-1}}{e^{2x+1}}}$

$$A=\left(e^{x}\right)^{3}e^{-2x}=e^{3x}\times e^{-2x}=e^{3x+(-2x)}\boxed{=e^{x}}.$$

$(e^{a})^{n}=e^{a\times n}$.

$e^{a}\times e^{b}=e^{a+b}$.

$$B=\frac{e^{2x+1}}{e^{-2x}}=e^{2x+1-(-2x)}\boxed{=e^{4x+1}}.$$

$$\frac{e^{a}}{e^{b}}=e^{a-b}$$

$$C=\frac{e^{3x-1}}{e^{2-x}}=e^{3x-1-(2-x)}=e^{3x-1-2+x}\boxed{=e^{4x-3}}.$$

$$D = \sqrt{\frac{20e^{5x}}{5e^{-4x}}} = \sqrt{4\ \frac{e^{5x}}{e^{-4x}}} = \sqrt{4e^{5x-(-4x)}} = \sqrt{4e^{9x}}.$$

$$= \left(4e^{9x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 4^{\frac{1}{2}} \times \left(e^{9x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 \times e^{\frac{9}{2} \times x}$$

$$\cancel{\sqrt{e^{9x}} \neq e^{\sqrt{9x}}}$$

$$\boxed{D = 2e^{4,5x}}.$$

$$\sqrt{e^{9x}} = \left(e^{9x}\right)^{\frac{1}{2}} = e^{9x \times \frac{1}{2}}$$

$$E = \sqrt{\frac{3e^{x-1}}{e^{2x+1}}} = \sqrt{3 \times \frac{e^{x-1}}{e^{2x+1}}} = \sqrt{3} \times \sqrt{e^{x-1-(2x+1)}}$$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{e^{-x-2}}.$$

$$= \sqrt{3} \times \left(e^{-x-2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(-x-2) \times \frac{1}{2} = \frac{-x}{2} - \frac{2}{2} = \frac{-x}{2} - 1.$$

$$\boxed{E = \sqrt{3} \times e^{\frac{-x-2}{2}}}.$$

Exercice 2 :

1. $e^x = -4$
2. $\left(e^x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
3. $\frac{e^{5x+3}}{e^{x-4}} \leq \frac{1}{e}$
4. $e^{x^2} \leq (e^x)^2$

1. $e^x = -4$: impossible $\boxed{S = \emptyset}$.

2. $\left(e^x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow \left(e^x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$

$\Leftrightarrow \left(e^x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0$ 3ème IR. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

$\Leftrightarrow \left(e^x - \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{\frac{1}{2}}\right)\left(e^x - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \quad e^x \times (e^x - 1) = 0$: Produit de facteurs nuls.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 0 \\ \text{ou} \\ e^x - 1 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{impossible} \\ \text{ou} \\ e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0. \end{cases}$$

Donc $\boxed{S = \{0\}}$.

3) $\dfrac{e^{5x+3}}{e^{x-4}} \leqslant \dfrac{1}{e}$.

$\Leftrightarrow \quad e^{5x+3-(x-4)} \leqslant e^{-1}$

$\Leftrightarrow \quad e^{4x+7} \leqslant e^{-1}$.

par croissance de la fonction $x \mapsto e^{x}$.

$\Leftrightarrow \quad 4x+7 \leqslant -1$.

$\Leftrightarrow \quad 4x \leqslant -8$.

diviser par 4 (nb positif) ne change pas le signe de l'inégalité.

$\Leftrightarrow \quad x \leqslant -2$.

Donc $\boxed{S =]-\infty ; -2]}$

- $e^a \times e^b = e^{a+b}$

- $\dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b} \longrightarrow \dfrac{1}{e^a} = e^{-a}$.

e^0

- $(e^a)^n = e^{a \times n}$

$e^x = e^y \iff x = y$.

$e^x > e^y \iff \boxed{x > y}$ $\qquad x^2 > x$.

$x \mapsto e^x$ est croissante sur $\mathbb{R}$.

$a < b \iff f(a) < f(b)$.

4) $e^{x^2} \leq (e^x)^2$.

$(e^a)^n = e^{a \times n}$.

$e^{x^2} \leq e^{2x}$.

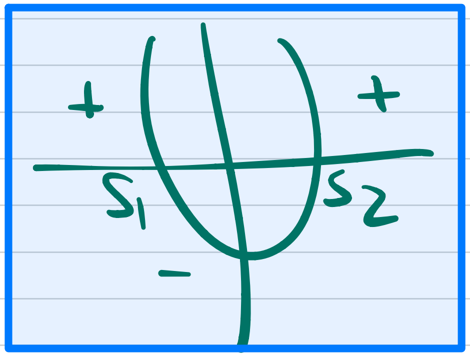
$x^2 \leq 2x$

$1x^2 - 2x \leq 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 4$

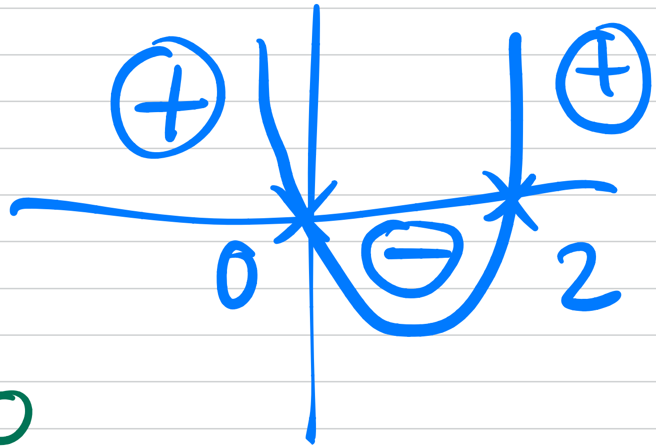
$$\begin{cases} S_1 = \dfrac{2-2}{2} = 0. \\ S_2 = \dfrac{2+2}{2} = 2. \end{cases}$$

$a = 1 > 0$



Donc $\boxed{S = [0; 2]}$.

$a > 0$:



$$\begin{cases} S_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2 \times a} \\ S_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$S = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Exercice 3 corrigé disponible

On justifiera chaque étape des résolutions suivantes.

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $e^{x^2-5} = e^{-4x}$ b) $e^{x+1} \times e^{3x+5} = 1$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation suivante : $e^{7-3x^2} > e^{2-2x}$

1) a) $e^{x^2-5} = e^{-4x}$

$x^2-5 = -4x$.

$x^2-5+4x = 0$.

$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 36$.

$s_1 = \frac{-4-\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{-4-6}{2} = -5$.

$s_2 = \frac{-4+\sqrt{36}}{2\times 1} = 1$.

$\boxed{S = \{-5 ; 1\}}$.

b) $\underbrace{e^{x+1} \times e^{3x+5}} = e^0 \rightarrow e^0 = 1.$

$e^a \times e^b = e^{a+b}.$

$e^{x+1+3x+5} = e^0.$

$e^{4x+6} = e^0.$

$4x+6 = 0.$

$4x = -6.$

$x = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}.$

$\boxed{S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}.}$

2) $e^{7-3x^2} > e^{2-2x}$.

$7-3x^2 > 2-2x$.

$7-3x^2-2+2x > 0$.

$-3x^2+2x+5 > 0$.

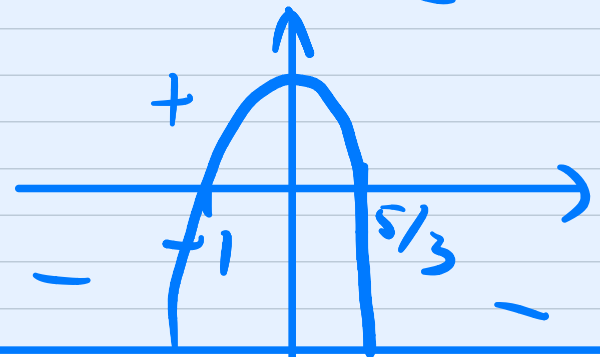
$\Delta = 2^2 - 4\times(-3)\times 5 = 64$.

$S_1 = \dfrac{-2-\sqrt{64}}{2\times(-3)} = \dfrac{-2-8}{-6} = \dfrac{10}{6} = \dfrac{5}{3}$.

$S_2 = \dfrac{-2+\sqrt{64}}{2\times(-3)} = -1$.

$$\boxed{S = \left]-1 ; \frac{5}{3}\right[}$$

$a = -3 < 0$



Exercice 4 corrigé disponible

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $g(x) = e^x - x - 1$

1) Étudier les variations de la fonction g.
2) Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
3) En déduire que pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$, $e^x - x > 0$.

$\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x)e^{u(x)}$.

1) . La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

. $g'(x) = e^x - 1$.

. Il faut trouver $\operatorname{sgn}(g'(x))$:

On résout : $g'(x) \geq 0$.

$\iff e^x - 1 \geq 0$

$\iff e^x \geq 1$

$\iff e^x \geq e^0 \iff x \geq 0$.

$g(0) = e^0 - 0 - 1$
$= 1 - 0 - 1 = 0$.

x	0 $\qquad$ $+\infty$
$\operatorname{Sgn}(g'(x))$	$+$
Variations de g	0 $\nearrow$

2) $\mathrm{Sgn}(g(x))$? D'après le tableau de variations :

- $g(0) = 0$.
- g est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

$\longrightarrow$ Donc $g(x) \geq 0$ sur $[0; +\infty[$.

3) $e^x - x \overset{?}{\geq} 0$ sur $[0; +\infty[$.

On sait que, d'après 2, $g(x) \geq 0$ sur $[0; +\infty[$.

Donc : $e^x - x - 1 \geq 0$ sur $[0; +\infty[$

Donc : $e^x - x \geq 1$ sur $[0; +\infty[$

Donc : $\boxed{e^x - x \geq 0 \text{ sur } [0; +\infty[}$

D'où le résultat.

Exercice 5 **corrigé disponible**

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} + 6\mathrm{e}^{x} - 8x - 4.$$

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère :

- $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f ;
- $\mathscr{D}$ la droite d'équation cartésienne $y = -8x - 4$.

1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbf{R}$, $f'(x) = 2(\mathrm{e}^x - 1)(\mathrm{e}^x + 4)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbf{R}$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbf{R}$.
4. En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbf{R}$.
5. La courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite $\mathscr{D}$ ont-elles un point commun ? Justifier.

1) $f'(x) = 2e^{2x} + 6e^{x} - 8$

2) $f'(x) = 2(e^{x} - 1)(e^{x} + 4)$.

- $e^{x} - 1 > 0 \iff e^{x} > 1 \iff x > 0$.
- $e^{x} + 4 > 0 \iff e^{x} > -4 \iff x \in \mathbb{R}$.

1) $f(x) = e^{2x} + 6e^{x} - 8x - 4$.

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fct° dérivables sur $\mathbb{R}$, et :

$(e^{2x})' = (2x)' e^{2x}$
$= 2e^{2x}$.

$f'(x) = 2e^{2x} + 6e^{x} - 8$ (1)

On développe la forme factorisée trouvée par l'énoncé :

$f'(x) = 2(e^{x} - 1)(e^{x} + 4)$
$= (2e^{x} - 2)(e^{x} + 4)$
$= 2e^{x} \times e^{x} + 2e^{x} \times 4 - 2 \times e^{x} - 2 \times 4$
$= 2e^{x+x} + 8e^{x} - 2e^{x} - 8$.
$= 2e^{2x} + 6e^{x} - 8$.
$= (1)$. D'où le résultat.

$e^{a} \times e^{b} = e^{a+b}$.

2) On veut étudier $sgn(f'(x))$.

3) On utilise la forme factorisée donnée par l'énoncé :

$$Sgn\left(2(e^x-1)(e^x+4)\right).$$

On veut savoir pour quelle valeur de x :

$$2(e^x-1)(e^x+4) \geq 0.$$

On va étudier séparément :

- $\cancel{2}(e^x-1) \geq 0 \iff e^x - 1 \geq 0 \iff e^x \geq 1$
$\iff e^x \geq e^0$
$\iff \boxed{x \geq 0}$

- $e^x + 4 \geq 0.$
$\iff e^x \geq -4$
$\iff \boxed{x \in \mathbb{R}.}$

$e^x > 0.$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\text{Sgn}(2(e^x-1))$		$-$	0	$+$	
$\text{Sgn}(e^x+4)$			$+$		
$\text{Sgn}(f'(x))$		$-$	0	$+$	
Variations de f		$\searrow$	3	$\nearrow$	

produit des 2 signes.

$$f(0) = e^{2\times 0} + 6e^0 - 8\times 0 - 4$$
$$= e^0 + 6\times 1 - 4$$
$$= 1 + 6 - 4$$
$$= 3.$$

4) D'après le tableau de variations : $f(x) \geq 3$ pour $x \in \mathbb{R}$

Donc $\boxed{f \text{ est positive sur } \mathbb{R}.}$

5) $f(x) = y_D \iff e^{2x} + 6e^{x} - 8x - 4 = -8x - 4.$

$\iff e^{2x} + 6e^{x} = 0.$

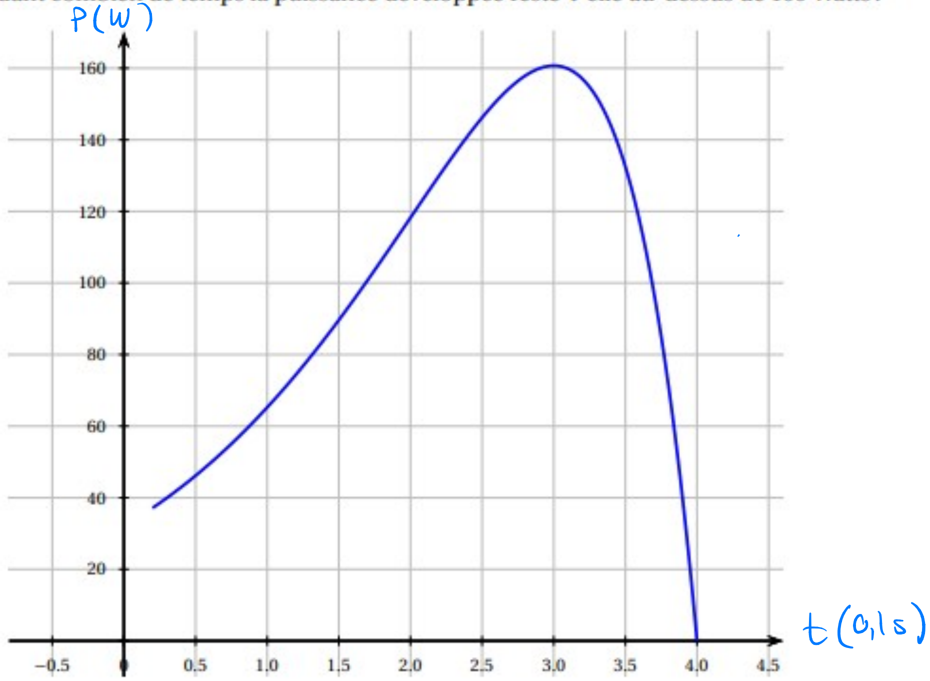
$\iff e^{x}(e^{x} + 6) = 0$ Impossible.

Exercice 7 corrigé disponible

Un rameur est une machine d'exercice physique simulant les mouvements d'une personne qui fait de l'aviron.
Il est souvent utilisé pour l'entraînement sportif afin d'améliorer sa condition physique.
La courbe ci-dessous représente la puissance (en Watt) en fonction du temps (en dixième de seconde) développée par un rameur débutant.

Partie A : Répondre par lecture graphique aux deux questions suivantes

1. Quelle est la puissance maximale atteinte par ce rameur ?
2. Pendant combien de temps la puissance développée reste-t-elle au-dessus de 100 Watts ?



Partie B : Modélisation par une fonction

On suppose que la courbe est la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par :

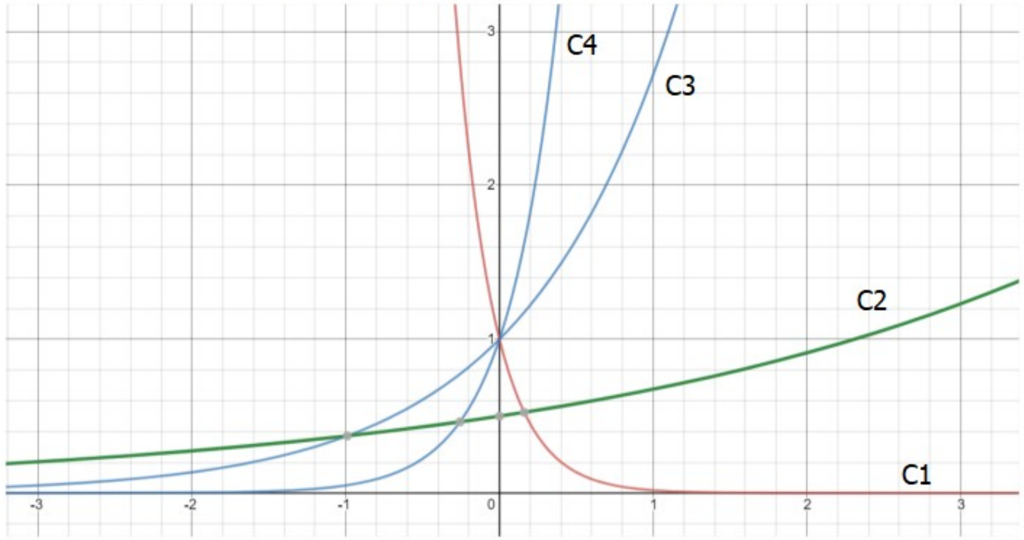
$$f(x) = (-8x+32)\,e^{x}.$$

1. Etudier les variations de f(x) sur $[0 ; 4]$
2. Quelle est la valeur exacte du maximum de la fonction f(x) ?
3. On suppose que le sportif améliore sa meilleure performance de 5 % tous les mois. Combien de mois d'entraînement seront-ils nécessaires pour qu'il dépasse les 200 W ?

Exercice 8 corrigé disponible

Associer chaque fonction à sa courbe représentative en justifiant :

$$f(x) = 0{,}5\,e^{0{,}3x}\,;\,g(x) = e^{3x}\,;\,h(x) = e^{-4x}\,;\,i(x) = e^{x}$$



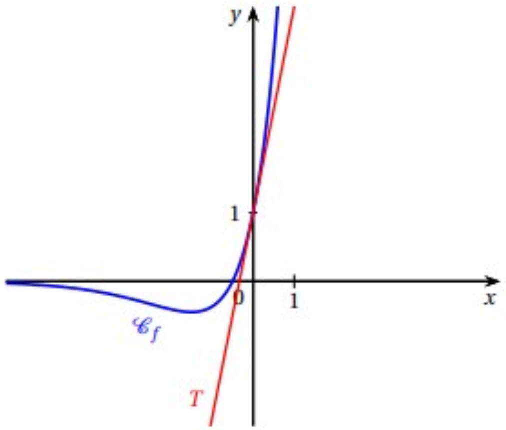
Exercice 9 corrigé disponible

Dériver les fonctions ci-dessous, puis étudier leurs variations :

1. $f(x)=e^{x}+7$
2. $f(x)=x\cdot e^{x}$
3. $f(x)=(-4x+3)e^{2x+1}$
4. $f(x)=\dfrac{1-e^{x}}{2e^{x}}$
5. $f(x)=\dfrac{1-e^{2x}}{e^{x}-1}$

Exercice 10 **corrigé disponible**

Soit f la fonction définie sur **R** par $f(x) = (2x+1)\,\mathrm{e}^{x}$.
Sur le graphique ci-dessous, sont tracées la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f, et la droite T, tangente à cette courbe au point d'abscisse 0.



1. Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

2. Montrer que, pour tout x réel, que $f'(x) = (2x+3)\,\mathrm{e}^{x}$.

3. Dresser le tableau de signes de $f'(x)$ sur **R**, puis préciser les variations de f sur **R**.

4. **a.** Déterminer l'équation réduite de la tangente T.

b. Justifier graphiquement que, pour tout réel x, on a : $(2x+1)\,\mathrm{e}^{x} \geqslant 3x+1$.

Exercice 11 **corrigé disponible**

Résoudre l'équation : $2 + 5\,e^{x} = 7\,e^{2x}$.

Exercice 12

1) Simplifier les expressions suivantes :

a) $A = \dfrac{e^{6} \times e^{-4}}{e^{-3}}$ b) $B = \dfrac{e^{1+x}}{e^{x+2}}$ c) $C = \dfrac{(e^{-2x})^{3} e^{4x}}{e^{-2x}}$

2) Montrer les égalités suivant pour tout $x \in \mathbb{R}$:

a) $2e^{2x} + 6e^{x} - 8 = 2(e^{x} - 1)(e^{x} + 4)$ b) $\dfrac{(e^{x} - 1)(e^{x} + 1)}{e^{2x}} = 1 - e^{-2x}$

Exercice 13

1) Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$ en se justifiant rigoureusement :

a) $(7x - 23)e^{x} = 0$ b) $e^{2x+3} = e$

2) Résoudre les inéquations suivante dans $\mathbb{R}$ en se justifiant rigoureusement :

a) $e^{-x} - 1 \leqslant 0$ b) $(6 - 3x)e^{x} > 0$

Exercice 14

1) Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,5]$ par : $f(x) = (4x - 1)\,e^{-x}$

a) Déterminer et factoriser $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.

b) Résoudre $f'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;\,5]$ en précisant les valeurs exactes des bornes et du maximum de f.

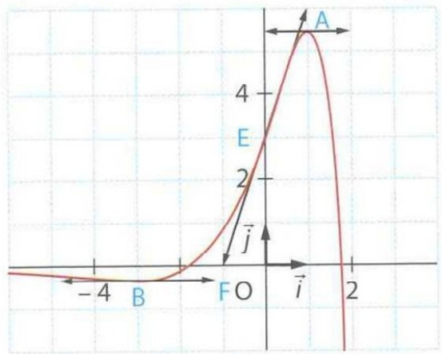
2) Soit la fonction g définie sur $[-5\,;\,3]$ par : $g(x) = (x^{2} - 5x + 7)\,e^{x}$.

a) Déterminer et factoriser $g'(x)$ où g' est la fonction dérivée de f.

b) Résoudre $g'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variations de g sur $[-5\,;\,3]$ en précisant les valeurs exactes des bornes et des extremums de g.

Exercice 15

La courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction f définie et dérivable sur $]-\infty; 2]$, et certaines de ses tangentes.



1. Par lecture graphique, déterminer :
   a) les valeurs de $f(0)$, $f'(1)$, $f'(-3)$ et $f'(0)$,
   b) une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point E.
   c) les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
2. On donne $f(x) = (ax^{2} + bx + c)\mathrm{e}^{x}$, avec a, b et $c \in \mathbb{R}$.
   a) Déterminer $f'(x)$ sur $]-\infty; 2]$.
   b) A l'aide des données de la question 1, déterminer a, b et c.

Exercice 16

1. Soit f la fonction définie dérivable sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x-2)\mathrm{e}^{-2x+6} + 3$$

   a) Déterminer une expression de la dérivée de f.
   b) Etudier le sens de variation de f.

2. Le bénéfice (en millions d'euros) d'une grande entreprise en fonction de la quantité x (en tonnes) de métal vendue est donnée par la fonction f.

   a) Quelle quantité minimale doit vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice ?
   b) Quel est le bénéficie maximal ? Pour quelle quantité de métal vendue ?

Exercice 17

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x+1}{\mathrm{e}^x - 1}$$

1. Soit $g(x) = -x\mathrm{e}^x - 1$ pour tout réel $x \in [0;+\infty[$.
   a) Etudier le sens de variation de g.
   b) Calculer $g(0)$, et en déduire le signe de $g(x)$.
2. Déterminer $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$, et montrer que f' a le même signe que g.
3. En déduire les variations de f.

Exercice 18

Soient f et g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = x\mathrm{e}^{-x} - 2x$$

Soient $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_a$ leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
Que peut-on dire des tangentes à $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ au point O ?

Exercice 19

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 3x\mathrm{e}^{-0,4x}$.

La fonction dérivée de la fonction f est notée f'.

1. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

2. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

3. Un sportif a pris un produit dopant. La fonction f modélise la quantité, en mg/L, de ce produit dopant présent dans le sang du sportif x heures après la prise.

   a. Pourquoi peut-on affirmer que ce produit dopant n'est pas naturellement présent dans l'organisme du sportif ?

   b. Combien de temps après son absorption, ce produit dopant sera-t-il présent en quantité maximale dans le sang du sportif ?

   c. Le sportif absorbe ce produit dopant au début d'une séance d'entraînement. Le même jour, 6 heures après le début de cette séance d'entraînement, il est soumis à un contrôle anti-dopage. Celui-ci se révèlera positif si la quantité de produit dopant présent dans l'organisme de ce sportif dépasse 1,4 mg/L.

   Ce contrôle anti-dopage sera-t-il positif ? Justifier.

Exercice 20

Dans chacun des cas. f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et il faut déterminer $f'(x)$.

1. $f(x) = e^x + x^2$
2. $f(x) = 3e^x + 4x + 5$
3. $f(x) = 3x^2 - 4e^x$
4. $f(x) = xe^x$
5. $f(x) = (1 + x)e^x$
6. $f(x) = \dfrac{x^2 + 5}{e^x}$

Exercice 21

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $e^x - 5xe^x = 0$
2. $4xe^x + 3e^{x+2} = 0$
3. $e^{2x} - e^x - e^{x+1} + e = 0$

Exercice 22

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $e^x > e^4$
2. $e^{-2x} > 1$
3. $e^{2x} < e^6$
4. $e^{3x+4} \geqslant e^{13}$
5. $e^{-2x+5} \leqslant e^9$
6. $e^{3x+5} \geqslant e^{6x-1}$
7. $e^{-3x+1} \leqslant e^{-4x-5}$