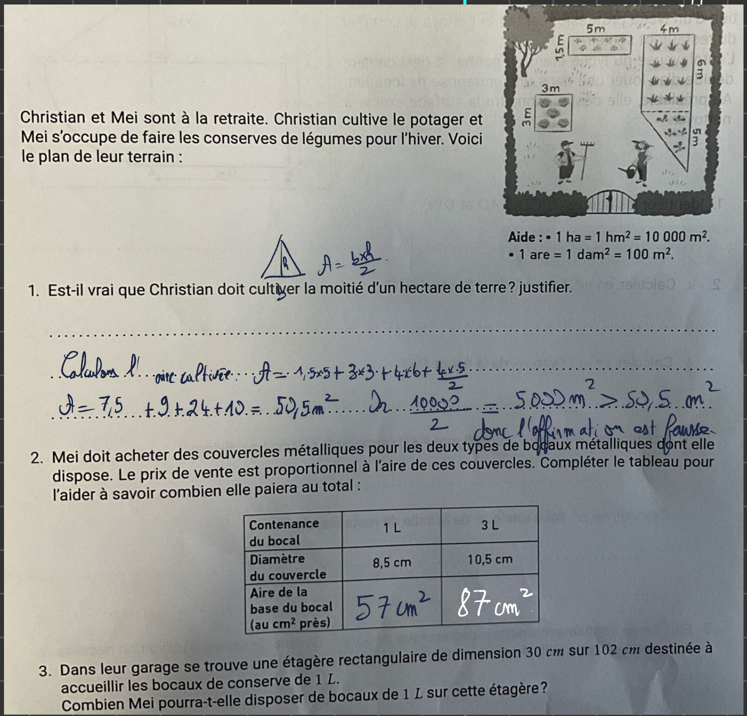
Dimanche 25 février 2024.



Christian et Mei sont à la retraite. Christian cultive le potager et Mei s'occupe de faire les conserves de légumes pour l'hiver. Voici le plan de leur terrain :

Aide : • 1 ha = 1 hm² = 10 000 m².
• 1 are = 1 dam² = 100 m².

$A = \frac{b \times h}{2}$

1. Est-il vrai que Christian doit cultiver la moitié d'un hectare de terre ? justifier.

Calculons l'aire cultivée : $A = 1,5 \times 5 + 3 \times 3 + 4 \times 6 + \frac{4 \times 5}{2}$

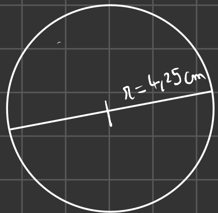
$A = 7,5 + 9 + 24 + 10 = 50,5\ m^2$ Or $\frac{10000}{2} = 5000\ m^2 > 50,5\ m^2$

donc l'affirmation est fausse.

2. Mei doit acheter des couvercles métalliques pour les deux types de bocaux métalliques dont elle dispose. Le prix de vente est proportionnel à l'aire de ces couvercles. Compléter le tableau pour l'aider à savoir combien elle paiera au total :

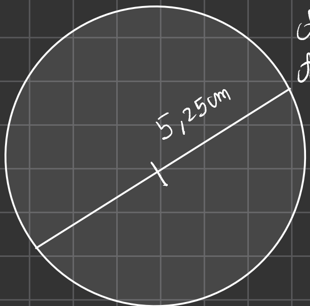
Contenance du bocal	1 L	3 L
Diamètre du couvercle	8,5 cm	10,5 cm
Aire de la base du bocal (au cm² près)	57 cm²	87 cm²

3. Dans leur garage se trouve une étagère rectangulaire de dimension 30 cm sur 102 cm destinée à accueillir les bocaux de conserve de 1 L.
Combien Mei pourra-t-elle disposer de bocaux de 1 L sur cette étagère ?



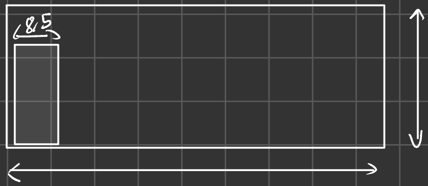
$A = \pi \times 4,25 \times 4,25$

$\boxed{A \simeq 56,7\ cm^2}$



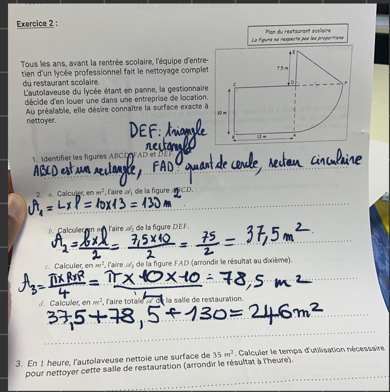
$A = \pi \times 5,25 \times 5,25$

$A \simeq 86,6\ cm^2$



Déterminons le nombre de bocaux qu'on peut mettre sur l'étagère.

$\frac{102}{8,5} = 12$. Elle pourra donc disposer 12 bocaux.



Exercice 2 :

Tous les ans, avant la rentrée scolaire, l'équipe d'entretien d'un lycée professionnel fait le nettoyage complet du restaurant scolaire.
L'autolaveuse du lycée étant en panne, la gestionnaire décide d'en louer une dans une entreprise de location.
Au préalable, elle désire connaître la surface exacte à nettoyer.

1. Identifier les figures $ABCD$, FAD et DEF.

ABCD est un rectangle, FAD : quart de cercle, secteur circulaire
DEF : triangle rectangle

2. a. Calculer, en m^2, l'aire $\mathscr{A}_1$ de la figure $ABCD$.

$A_1 = L \times l = 10 \times 13 = 130\ m^2$

b. Calculer, en m^2, l'aire $\mathscr{A}_2$ de la figure DEF.

$A_2 = \frac{b \times h}{2} = \frac{7,5 \times 10}{2} = \frac{75}{2} = 37,5\ m^2$

c. Calculer, en m^2, l'aire $\mathscr{A}_3$ de la figure FAD (arrondir le résultat au dixième).

$A_3 = \frac{\pi \times R \times R}{4} = \frac{\pi \times 10 \times 10}{4} = 78,5\ m^2$

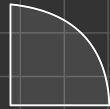
d. Calculer, en m^2, l'aire totale $\mathscr{A}$ de la salle de restauration.

$37,5 + 78,5 + 130 = 246\ m^2$

3. En 1 heure, l'autolaveuse nettoie une surface de 35 m^2. Calculer le temps d'utilisation nécessaire pour nettoyer cette salle de restauration (arrondir le résultat à l'heure).

$246 \div 35 = 7,02857143$

$\simeq 7h$



Application n°1 : Pour quelle valeur de x l'égalité suivante est-elle vraie :

$$3x + 5x - 8 = 0.$$

$x = 1 \quad 3 \times 1 + 5 \times 1 - 8 = 0.$

donc l'égalité est vraie pour $x = 1$.

$$2x + 5 = 10.$$

ici : $2 \times 2,5 + 5 = 5 + 5 = 10$.

L'égalité est donc vraie pour $x = 2,5$.

$$3x + 4 = 2x - 1.$$

Pour quelle valeur de x, cette égalité est vraie ?

$3 \times (-5) + 4 = -15 + 4 = -11.$

$2 \times (-5) - 1 = -10 - 1 = -11$

$\boxed{x = -5}$

Calcul littéral

Partie 1 : notion de variable, développer et factoriser

I) Notion de variable

1) Définition

Une expression algébrique (ou expression littérale) est une expression mathématique dans laquelle figure une ou plusieurs lettres de l'alphabet.

Exemple :

2x + 5 est une expression algébrique (x représente un nombre variable)

L'aire d'un disque est donnée par : A = Πr^2 où r représente le rayon du disque.

L'aire du rectangle ABCD en fonction de sa longueur x et de sa largeur 5cm est

2) Simplifier des écritures

Pour simplifier les écritures des expressions algébriques, on utilise les conventions suivantes :

On peut supprimer le signe $\times$:

Devant une lettre ou entre deux lettres : $7 \times x$ s'écrit : $7x$ et $x \times y$ s' écrit xy.

Devant une parenthèse ou entre deux parenthèses : $7 \times (x+1)$ s'écrit $7(x+1)$ et $(x+2) \times (x+5) =$ $(x+2)(x+5)$

$1 \times x =$ x $\quad -1 \times x =$ $-x$ $\qquad x^2 = x \times x$.

3) Exemples de calculs de valeurs d'expressions algébriques

$A = x^2 - 3x + 2$; calculer A pour $x = 2$ *et* pour $x = -3$

Pour $x = 2$ $2 \times 2 - 3 \times 2 + 2 = 4 - 6 + 2 = -2 + 2 = 0$

Pour $x = 3$ $A = 3 \times 3 - 3 \times 3 + 2$

$A = 9 - 9 + 2$

$A = 0 + 2$

$A = 2$

$7x + 6$

II) Réduire une expression algébrique

1) Réduire une expression

Réduire une expression algébrique, c'est l'écrire avec le moins d'opérations possibles.

Exemples :

$A = 7\,x + 6\,x = (7 + 6)\,x = 13\,x$

dans la pratique on réduit directement : $7\,x + 6\,x =$ $13\,x$.

On compte les x, ce sont les termes en x.

$7x + 6y \qquad 7x + 7x^2$

$7x + 7x \qquad 8x + 8x$

$B = 8x^2 - 10x^2 = -2x^2$

On compte les x^2, ce sont les termes en x^2.

Attention !

L'expression $C = 5x - 7$

2) **Autres exemples** :

$12x - 5x^2 + 7 - 4x^2 + 2x - 14 = 14x - 9x^2 - 7$

On rassemble les termes en x^2, puis en x, puis les termes constants (qui n'ont pas de partie littérale)

3) **Supprimer des parenthèses et réduire** :

Réduire les expressions suivantes : $A = 3x^2 + (2x + 7)$ *et* $B = 2x^2 - (3x - 5)$

On regarde le signe qui précède les parenthèses. Et on fait apparaître les multiplications. On distribue la multiplication par 1 ou -1.

$A = 3x^2 + 1 \times (2x + 7) = 3x^2 + 2x + 7.$

$B = 2x^2 - 1 \times (3x - 5) = 2x^2 - 3x + 5$

Partie 2 : notion d'inconnue, test

I Test d'une égalité

$x \times (3 + x)$

1) Vocabulaire

Une égalité est constituée de deux membres séparés par le signe « = »

$\underbrace{5 \times 4}_{\text{Membre de gauche}} = \underbrace{12 + 8}_{\text{Membre de droite}}$

Cette égalité est vraie car les deux membres ont la même valeur : 20.

2) Propriété

$2x = 4$

Une égalité où interviennent des expressions algébriques peut être vraie pour certaines valeurs affectées aux lettres et fausse pour d'autres.

Exemples

- On considère l'égalité $5 + x = 8$
  Pour x = **3** cette égalité est vraie.
  Pour x = **4** cette égalité est fausse.

- On considère l'égalité $4 \times x - 5 = 13$
  Pour x = **5** cette égalité est fausse
  Pour x = **4,5** cette égalité est vraie.

3) Méthode

Pour tester si une égalité est vraie pour les valeurs numériques affectées aux lettres

① On calcule le membre de gauche en remplaçant chaque lettre par un nombre donné
② On calcule le membre de droite en remplaçant chaque lettre par un nombre donné
③ On observe si les deux membres sont égaux.
④ On doit faire une conclusion.

Exemple :

On considère l'égalité $3 \times x + 5 = 5 \times x - 9$
Cette égalité est-elle vraie pour $x = 2$?
① $3 \times x + 5 = 3 \times 2 + 5 = 6 + 5 = 11$
② $5 \times x - 9 = 5 \times 2 - 9 = 10 - 9 = 1$
③ Les deux membres n'ont pas la même valeur $11 \neq 1$
④ L'égalité est fausse pour $x = 2$

II Application

Voici deux rectangles dont certains côtés sont de longueurs variables

1) Que représentent l'expression $1,6\,x$ pour le rectangle ❶ et l'expression $0,4 \times (x + 2,4)$ pour le rectangle ❷ ?

   Les expressions représentent en fonction de x des rectangles ❶ et ❷

   Pour les deux rectangles, on sait que :

2) Que signifie cette égalité pour ces rectangles ?
   On a l'égalité lorsque les deux rectangles ont

3) Est-il possible que: x = 10 ?
   $1,6\,x =$
   $0,4 \times (x + 2,4) =$
   L'égalité est

Est-il possible que: $x = 0{,}8$?
1,6 x =
0,4 × (x + 2,4) =
L'égalité est

Partie 3 : complément (« intensif » en en 4ème et 3ème !)

Développer et factoriser une expression algébrique

1) La distributivité (sans démonstration ici)

k, a et b désignent des nombres relatifs.

$k \times (a+b) =$ et $k \times (a-b) =$

2) Développer une expression

Quand on transforme un produit en une somme ou différence, on dit qu'on développe.

Exemples :

$2(x+3) =$
$5(y-2) =$
$2x \times (3+x) =$
$7(2x-3) =$

3) Factoriser une expression

Quand on transforme une somme ou une différence en un produit, on dit qu'on factorise.

Exemples :

$2x - 2y =$

$5x - 10 = 5x - 5 \times 2 =$

$7 - 7x = 7 \times 1 - 7x =$

Une définition plus précise du développement et de la factorisation sera donnée en 4ème, ici il s'agit plus de comprendre le mécanisme sur quelques exemples.

Cinquième/Expressions littérales : manipulation

1. Simplification des expressions littérales :

Exercice 6474

Diariatou fait le bilan de ses sorties au cinéma ces trois dernières semaines :

- La première semaine, elle est allée 2 fois au cinéma et a acheté une boisson à 3 € et des pop-corns à 2 €.
- La seconde semaine, elle est allée 1 fois au cinéma et a acheté des pop-corns à 2 €.
- La seconde semaine, elle est allée 1 fois au cinéma et n'a rien acheté.

En notant x le prix d'une place de cinéma, donner une expression donnant le total des dépenses de Diaratou au cours de ces trois semaines.

Exercice 1054

Dans cet exercice, nous allons voir comment simplifier une somme :

1. On considère l'expression littérale suivante :
$A = 2{\times}x + 3 + x + 2 + 3 + 4{\times}x$

a. Combien l'expression A contient-elle de termes ? Soulignez-les. L'expression contient 6 termes.

b. Compléter le tableau ci-dessous en suivant les consignes :
- Dans la colonne "*Terme*", mettre une croix dans la colonne pour indiquer la nature du terme ;
- Dans la colonne "*Nombre de fois x*" et dans le cas d'un terme en "x", mettre le coefficient de x.

	Terme numér.	Terme en "x"	Nombre de fois x
$2{\times}x$		X	2
3	X		
x		X	1
2	X		
3	X		
$4{\times}x$		X	4

c. Compléter la phrase suivante :

"*Au total, la valeur x est présente* ..7.... *dans l'expression A et la somme des termes numériques a une valeur de* ..8..."

$A = 2x+3+x+2+3+4x$
$A = 7x+8$

d. Justifier le fait que l'expression A peut également s'écrire : $A = 7{\times}x + 8$

2. En utilisant la méthode présentée lors de la question précédente, simplifier l'expression suivante :
$B = 3 + 2{\times}x + 5 + 3 + x + 1$

Exercice 1815

$3 + 2\times x + 5 + 3 + x + 1 =$
$3\times x + 12$

Dans cet exercice, nous allons voir comment simplifier une expression littérale quelconque :

1. On considère l'expression littérale suivante :

$A = 3{\times}2 + 2{\times}x + x{\times}3{\times}x + 2x^2 + 3{\times}x + 1$

a. Recopier l'expression A, puis souligner distinctement chacun des termes de cette expression.

b. Le tableau ci-dessous représente les six termes de l'expression A. Dans la colonne de droite, donner la forme simplifiée de chaque terme :

Terme de l'expression	Expression simplifié
$3{\times}2$	6
$2{\times}x$	$2x$
$x{\times}3{\times}x$	$3x^2$
$2x^2$	$2x^2$
$3{\times}x$	$3x$
1	1

c. Au vu du tableau précédent, compléter la phrase suivante :

Dans l'expression littérale A :
- il y a $5x^2$... fois le terme x^2,
- il y a .5.x. fois le terme x,
- la somme des termes numériques a une valeur de ..7..

d. Justifier que l'expression littérale A admet pour écriture simplifiée :
$A = 5x^2 + 5x + 7$

2. En utilisant la même méthode qu'à la question précédente, déterminer la forme simplifié de l'expression B suivante :

$B = 3{\times}x + 2x + 4{\times}2 + 3 + x{\times}x + x$

Exercice 1234

Simplifier au maximun les expressions suivantes :

a. $3x + 2x + 1 + 5x$

b. $2{\times}5 - 2{\times}x + 4$

c. $2{\times}3x + 2{\times}4 + x{\times}3$
$6x + 6 + 3x$

d. $2x^2 + 3{\times}x + x^2 + 3x + 2$

a) $10x+1$

b) $10-2x+4$
$=14-2x$

c) $9x+6$

d) $3x^2+6x+2$

2. Distributivite - Développement :

Exercice 1242

Utiliser la distributivité afin d'obtenir des expressions littérales équivalent **sous forme développée** et **réduite**:

a. $4\times(x+5)$ b. $3\times(5x-3)$

c. $(2x+1)\times5$ d. $2\times(x-1)+8\times(3x+4)$

e. $(2x+1)\times5+2$

Exercice 1243

Utiliser la distributivité afin d'obtenir pour chaque expression littérale sa **forme développée** et **réduite**:

a. $3\times(x+2)$ c. $2\times(4+x+5)$

b. $5\times(2x-1)$ d. $3\times(x+2)+2\times(3x-1)$

Exercice 1235

On considère l'expression: $A=3{,}2x+5(x+1)+1{,}8x+4$.

1. Développer et simplifier l'expression littérale A.
2. Calculer la valeur de A lorsque $x=2154{,}45$.

Exercice 1236

1. Evaluer l'expression A pour $x=8541{,}554$:
   $A=3x+x+5\times(x+2)+x$
2. Evaluer l'expression B pour $x=0{,}45684$:
   $B=12\times(3x+4)+7\times(2x+6)+10$

3. Distributivité - Factoriser :

Exercice 1250

Utiliser la distributivité pour donner la forme factorisée des expressions littérales suivantes:

a. $3x+2\times3$ b. $6\times2-6\times x$

c. $2x^2+3x$ d. $5x+25$

Exercice 1246

Utiliser la distributivité et la simplification pour obtenir la forme factorisée de chacune des expressions littérales suivantes:

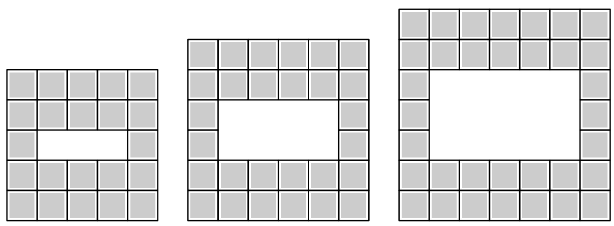
a. $4x+4\times3$ b. $4x+20$ c. $3x+3\times1$ d. $3x+18$

4. Problème de modelisation :

Exercice 6356

On souhaite confectionner des cadres à l'aide de petits carreaux.

Ci-dessous sont représentés trois de ces cadres:



Côté formé de 5 carreaux — Côté formé de 6 carreaux — Côté formé de 7 carreaux

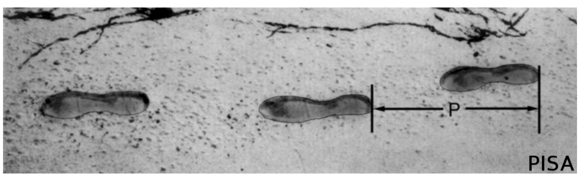
1. En respectant l'allure de ces cadres, combien faudra-t-il de carreaux pour construire un cadre possédant 8 carreaux sur chacun de ces côtés ?
2. Parmi les formules ci-dessous, une seule permet de déterminer le nombre de carreaux nécessaire à la confection d'un cadre possédant x carreaux sur chacun de ces côtés.

   a. $6n$ b. $6n-8$ c. $6n-16$

   Retrouver la bonne formule.
3. Donner les caractéristiques du plus grand cadre qu'on puisse construire à l'aide de 94 carreaux.

Exercice 6358

L'image ci-dessous montre les traces de pas d'un homme en train de marcher. La longueur de pas P est la distance entre l'arrière de deux traces de pas consécutives.



Paul a demandé à quelques uns de ses amis de participer à une étude. Voici les informations qu'il a relevé:

	Longueur d'un pas en mètres	Nombre de pas par minutes
Emilie	0,64	90
Ahmed	0,75	105
Pascal	0,73	102

Parmi les formules proposées ci-dessous, laquelle se rapproche le plus des observations effectées par Paul :

a. $7{,}5\times n - 1000\times P = 35$

b. $n\div P = 140$

c. $10\times P\times(190 - n) = 640$

où on utilise les notations suivantes :

- n : nombre de pas par minute ;
- P : longueur de pas en mètres.

