

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$\mathbb{R} \quad \mathbb{R}$$

$$x \mapsto f(x)$$

$$f(x) = \frac{1}{x} ; \frac{2x+3}{x^2-1}$$

$$D_f = \mathbb{R}^* \setminus \{0\} \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$$

$$= \mathbb{R} - \{0\} \quad]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$$

$$=]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

$x^2+1 > 0$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad x \geq 0$$

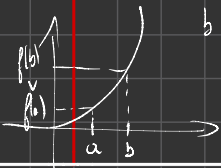
$x \in]0; +\infty[$
 $D_f =]0; +\infty[$

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

$x-1 \geq 0$
 $x \geq 1$

$]1; +\infty[$

$f(x) = x^2$ Démontrer que f est
croissante sur $]0; +\infty[$
 $a \in]0; +\infty[$
 $b \in]0; +\infty[$



$$f(b) - f(a) = b^2 - a^2$$

$$= (b-a)(b+a)$$

$\oplus \times \oplus$

$$f(b) - f(a) \geq 0$$

$$f(b) \geq f(a)$$

$$f(a) \leq f(b)$$

$$\text{Or } a \leq b$$

quelque soit pour tout for All

Application: $\forall x \in \mathbb{R}^+, f(x) = \frac{1}{x}$
Démontrer que f est décroissante

sur $]0; +\infty[$

$$\text{Soit } a \in]0; +\infty[$$

$$b \in]0; +\infty[$$

tels que $a \leq b$

$$f(b) - f(a) = \frac{1 \times a}{b \times a} - \frac{1 \times b}{a \times b}$$

$$= \frac{a}{ab} - \frac{b}{ab}$$

$$= \frac{a-b}{ab}$$

$a \leq b$
 $a-b \leq 0$
 \oplus

$$f(b) - f(a) < 0$$

f est décroissante sur $]0; +\infty[$

$$a \leq b$$

$$0 \leq b-a$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = -3x+4$$

Montrer que f est décroissante sur \mathbb{R}

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tels que $a \leq b$

$$f(b) - f(a) = -3b+4 - (-3a+4)$$

$$= -3b+4+3a-4$$

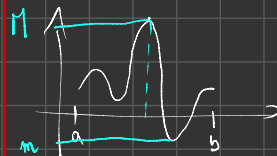
$$= -3b+3a$$

$$= 3(a-b) \leq 0 \quad a \leq b$$

$\oplus \times \ominus$

$f(b) - f(a) \leq 0$ donc f est décroissante.

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
6



f admet un maximum sur I

$$\forall x \in I, f(x) \leq M$$

$$\exists c \in I, f(c) = M$$

f admet un minimum sur I

$$\forall x \in I, f(x) \geq m$$

$$\exists c \in I, f(c) = m$$

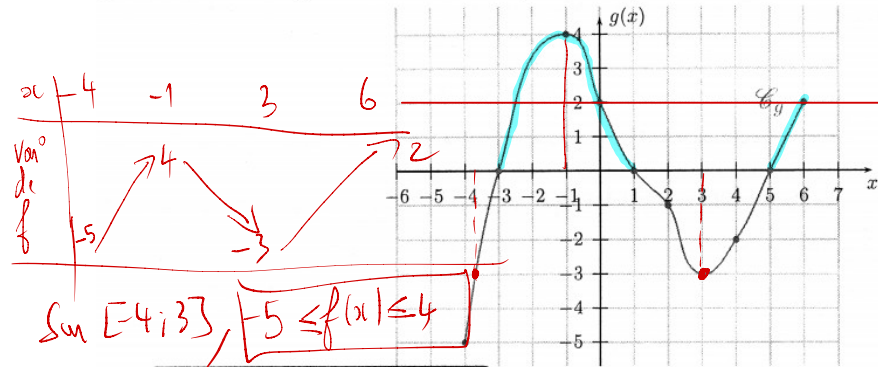
$$\frac{1 \times 5}{3 \times 5} - \frac{1 \times 3}{5 \times 3}$$

$$\frac{5-3}{15}$$

Généralités des fonctions – Exercices - Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

On considère la fonction g dont on donne la courbe représentative \mathcal{C}_g ci-dessous.



A compléter sur cette feuille (3,5 points)

- L'ensemble de définition \mathcal{D}_g de la fonction g est $\mathcal{D}_g = [-4; 6]$.
- L'image par la fonction g de -4 est $g(-4) = -3$, et celle de 4 est $g(4) = -2$.
- Les antécédents par g de -3 sont : 3 et -3 .
- L'ensemble E des réels qui ont une image positive par la fonction g est : $[-3; 1] \cup [5; 6]$.
- Le maximum de g sur son ensemble de définition est 4 , il est atteint en -1 .
Le minimum de la fonction g sur son ensemble de définition est -3 , il est atteint en 3 .
- L'ensemble F des réels qui ont exactement 3 antécédents par la fonction g est : $] -3; 2]$.

7. Tableau de variation (1,5 point).

- Dresser sur votre copie double le tableau de variation de la fonction g .
- Donner sur votre copie double un encadrement de $g(x)$ sur l'intervalle $[-4; 3]$.

Exercice 2 corrigé disponible

Dans cet exercice, $f(x)$ est définie par une expression algébrique. Dans chaque cas, préciser l'ensemble de définition de f .

- $f(x) = 2x^2 + 1$ \mathbb{R}
- $f(x) = \frac{1}{2x} + 3x$ $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $f(x) = \frac{1}{x-1}$ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
- $f(x) = 2\sqrt{x} + 1$ $[0; +\infty[$
- $f(x) = \frac{1}{(x-4)(x+1)}$ $\mathbb{R} \setminus \{4, -1\}$
- $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ \mathbb{R}
- $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ $[0; +\infty[\setminus \{1\}$

1/5

Exercice 3 corrigé disponible

Tracer une courbe

On donne : $f(1) = 0$ et $f(5) = 1$ et pour tout $x > 3$, on a $f(x) > 0$

x	-2	0	3	$+\infty$
$f(x)$	-1	-2	2	0

- Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ? (0,5 pt)
- Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f à partir de son tableau de variation et des renseignements donnés. (1 pt)
- Quel est le signe de la fonction f sur son ensemble de définition? (0,5 pt)

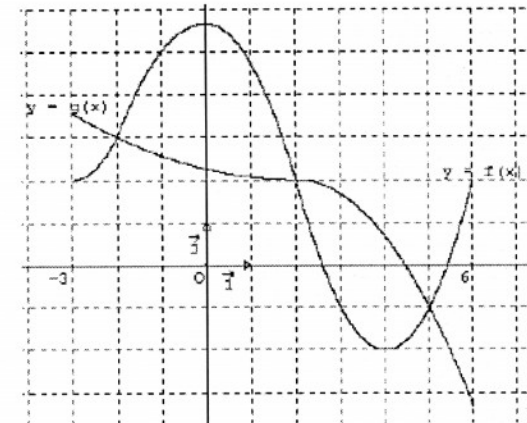
Exercice 4 corrigé disponible

Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle $[-3; 6]$, on représente ci contre leur représentation graphique.

Dans cet exercice des traces sur le graphique ci-contre peuvent suffire comme justification aux questions.

A l'aide d'une lecture graphique

- Déterminer $f(-2)$; $g(2)$
- Les antécédents de -1 par la fonction f .
- Les solutions éventuelles de l'équation $f(x) = g(x)$
- Les solutions de l'inéquation $f(x) < 2$
- les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$



Exercice 5 corrigé disponible

On considère le tableau de variation d'une fonction f :

x	-4	-1	2	5	8
$f(x)$	4	-2	4	-5	5

Répondre aux questions suivantes, en justifiant votre réponse.

- Préciser les extremums de f .
- Pour chacune des affirmations de cette question, dire si elle est vraie, fausse ou si on ne peut pas conclure :
 - $A(4 ; 2)$ est un point de la courbe de f .
 - $f(0) = 0$
 - $f(4) \leq 0$
 - La courbe de f et l'axe des abscisses ont 4 points communs
- Comparer $f(-3)$ et $f(-2)$.
- Peut-on comparer $f(0)$ et $f(3)$?
- Résoudre les équations et inéquations suivantes :
 - $f(x) = 6$
 - $f(x) > -5$
 - $f(x) < 8$.

Exercice 6 corrigé disponible

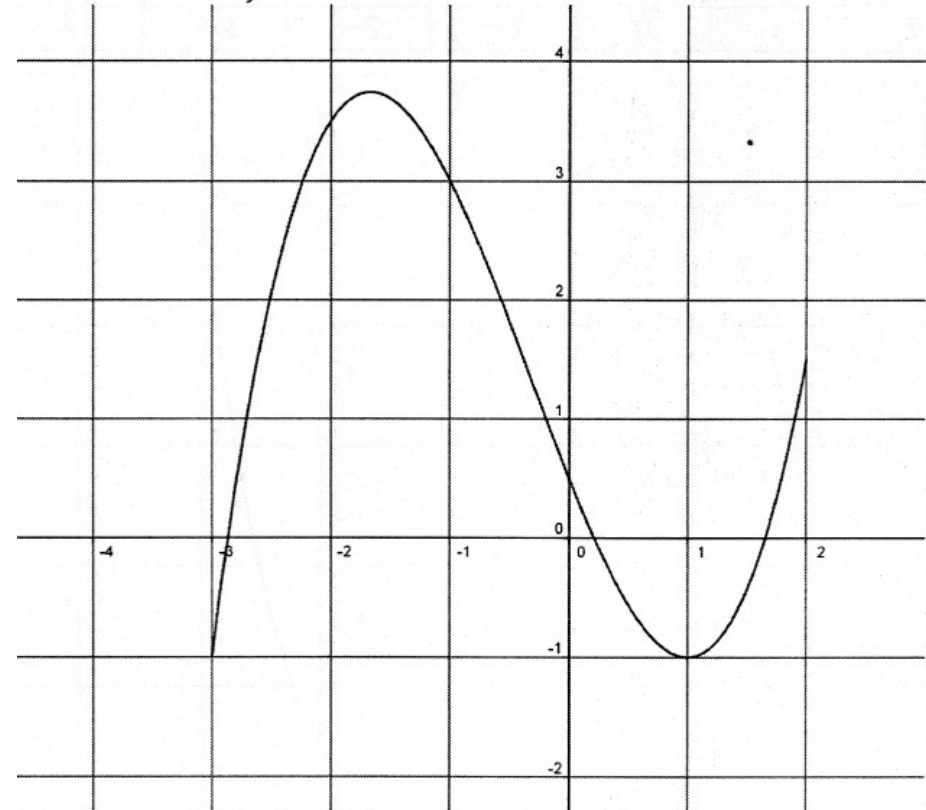
On appelle f la fonction définie par la courbe ci-contre.

A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes en expliquant votre méthode.

- Quel est l'ensemble de définition de f ?
- Quel est le minimum de f ?
- Quelle est l'image de -1 ?
- Trouver un nombre ayant 3 antécédents et un nombre n'ayant pas d'antécédent.
- Résoudre l'équation $f(x) = 3$.
- Résoudre l'inéquation $f(x) > 1$
- Discuter suivant les valeurs du réel m , le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = m$

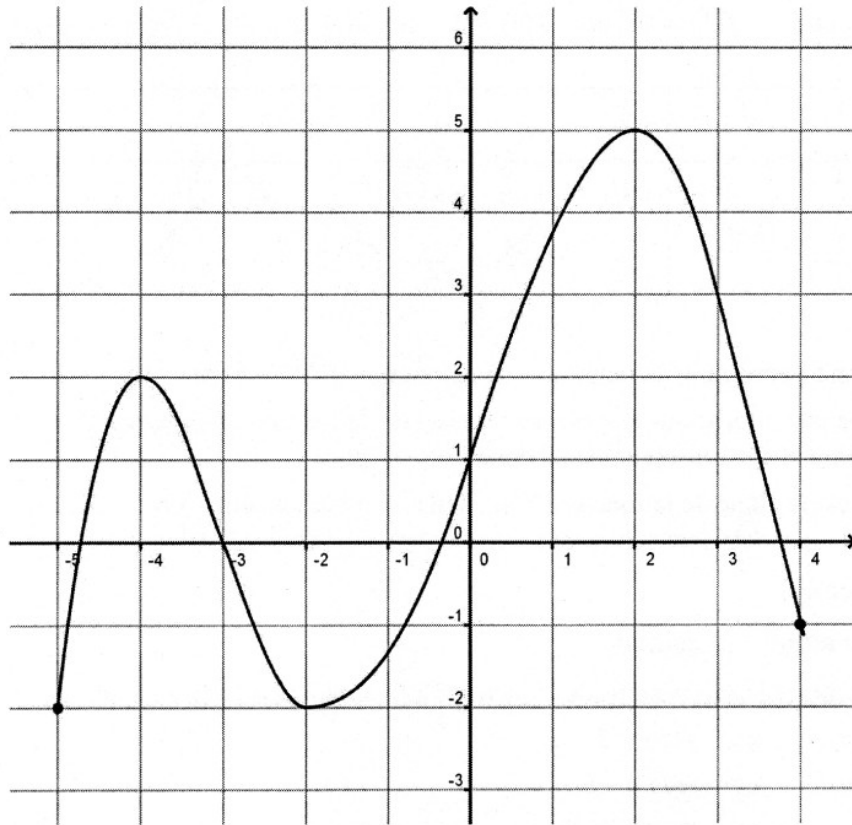
8. Donner le tableau de variations de f .

9. On sait maintenant que f est donnée par la formule $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 5x + 1}{2}$. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs de f ci-dessous.



x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

Exercice 7 corrigé disponible



- Déterminer graphiquement les images suivantes : (1 pt)
 $f(-5)$, $f(-3)$, $f(0)$, $f(2)$ et $f(3)$
- Dresser le tableau de variation de la fonction f . (1 pt)
- Résoudre graphiquement, avec la précision permise par la représentation, les équations suivantes (on expliquera la démarche suivie pour la première équation) (2 pts)
 - $f(x) = 3$
 - $f(x) = 0$
 - $f(x) = 2$
 - $f(x) = -3$

4) Résoudre graphiquement, avec la précision permise par la représentation, les inéquations suivantes (on expliquera la démarche suivie pour la première inéquation) (2 pts)

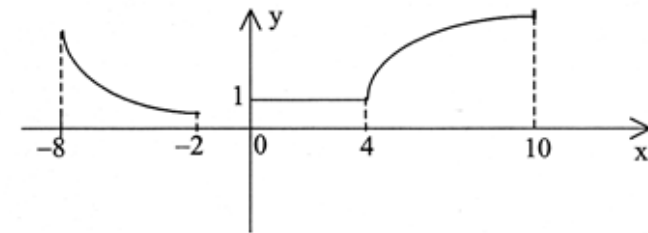
- $f(x) \geq 0$
- $f(x) < 3$
- $f(x) \geq 2$

- Quel est le minimum de f sur $[-5; 4]$ (0,5 pt)
 - Quel est le maximum de f sur $[-5; 0]$ (0,5 pt)

Exercice 8 corrigé disponible

Pour chacune des fonctions suivantes, écrire l'ensemble de définition sous forme de réunion d'intervalles.

1. f est définie par sa courbe représentative C_f dans un repère.



2. g est définie par : $g(x) = 4\sqrt{15x - 5} + 7$

3. h est définie par : $h(x) = \frac{3x + 5}{4x + 16}$

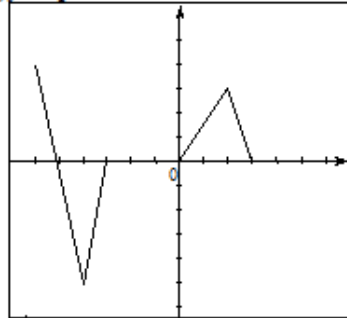
4. k est définie par : $k(x) = \frac{\sqrt{5x + 1}}{x - 1}$

Exercice 9 corrigé disponible

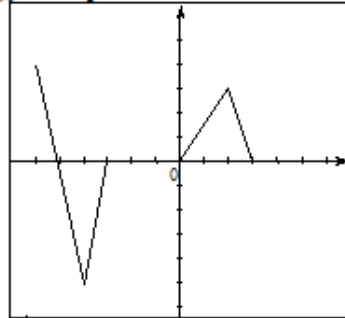
1. Une fonction f est définie sur $[-6 ; 6]$. Une partie de sa représentation graphique est donnée.

Compléter la représentation graphique dans les cas suivants :

a) f est paire.



b) f est impaire.



2. Une fonction f est définie sur $[-6 ; 6]$. Une partie de son tableau de variation est donnée ci-dessous.

x	0	2	4	6
Variations de f	0	3	-5	5

Arrows indicate the direction of variation: from 0 to 3 (up), from 3 to -5 (down), and from -5 to 5 (up).

Recopier et compléter le tableau dans les cas suivants :

a) f est paire.

b) f est impaire.

Exercice 10 corrigé disponible

Déterminer si les fonctions f suivantes définies sur l'ensemble D_f sont paires, impaires ou ni l'un ni l'autre.

a. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$ sur $D_f = \mathbb{R}$

b. $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ sur $D_f = \mathbb{R}$

c. $f(x) = \frac{3}{x + 5}$ sur $D_f = [-4 ; 4]$

d. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ sur $D_f = \mathbb{R}$

e. $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 4}$ sur $D_f = \mathbb{R}$

f. $f(x) = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}$ sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$

Exercice 11 corrigé disponible

1. Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

- f est définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$;
- f est croissante sur cet intervalle ;
- $f(0) = 1$ et $f(5) = 4$.

2. Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

- f est définie sur l'intervalle $[-3 ; 3]$;
- f est décroissante sur $[-3 ; -1]$;
- f est croissante sur $[-1 ; 3]$;
- pour tout $x \in [-3 ; 3]$, $-1 \leq f(x) \leq 4$.

3. Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

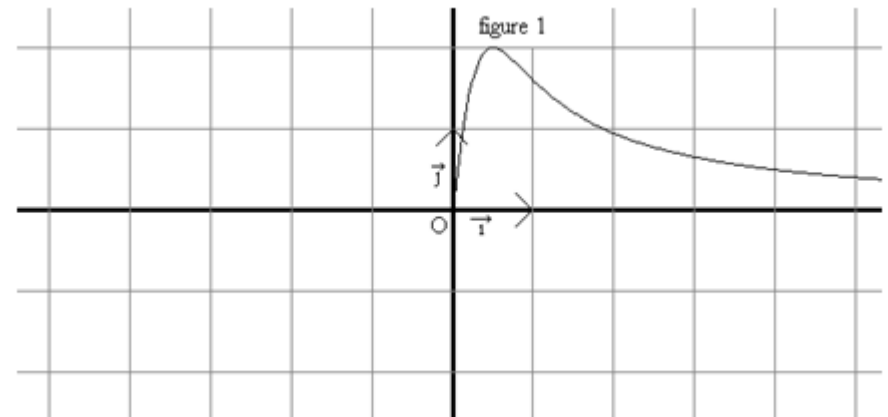
- f est définie sur l'intervalle $[-3 ; 4]$;
- f admet un minimum en -1 et un maximum en 2 ;
- les images de -3 et de 4 sont respectivement 2 et 1 ;
- 0 a deux antécédents : -2 et 1.

Exercice 12 corrigé disponible

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{8x}{4x^2 + 1}$$

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$

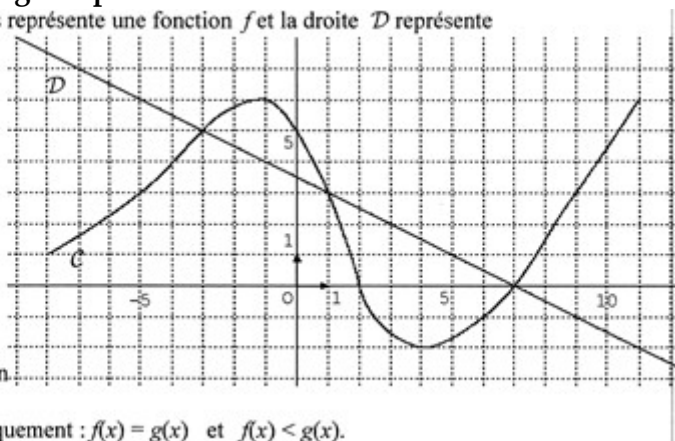


- Justifier que f est définie sur \mathbb{R} . Etudier la parité de f . Que peut-on déduire comme propriété concernant la courbe représentative de f ?
- Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$; en déduire les variations de f sur \mathbb{R}
- Construire la courbe représentative de f sur $]-\infty; 0]$

Exercice 13 corrigé disponible

La courbe \mathcal{C} ci-après représente une fonction f et la droite \mathcal{D} représente une fonction g .

- Déterminer les images par f de -5 ; 2 et 11.
- Déterminer les antécédents par f de 3 et de -2.
- Résoudre graphiquement $f(x) = 0$ et $f(x) = 6$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 3$.
- Résoudre graphiquement : $f(x) = g(x)$ et $f(x) < g(x)$.



Exercice 14 corrigé disponible

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + 1$.

- Compléter à l'aide de la calculatrice le tableau de valeurs : (on donnera des valeurs approchées à 10^{-2} près)

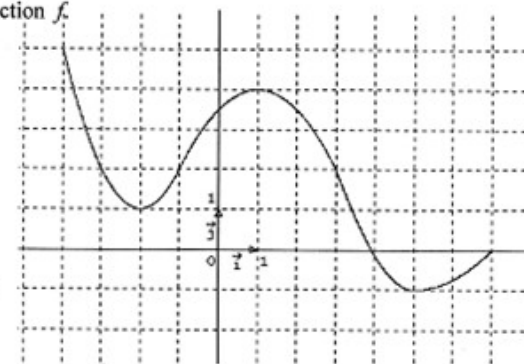
x	-10	-5	-3	0	1	$\frac{3}{2}$	2,5	4	7	12
$f(x)$										

- Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 1 cm), tracer la courbe représentative de la fonction f .

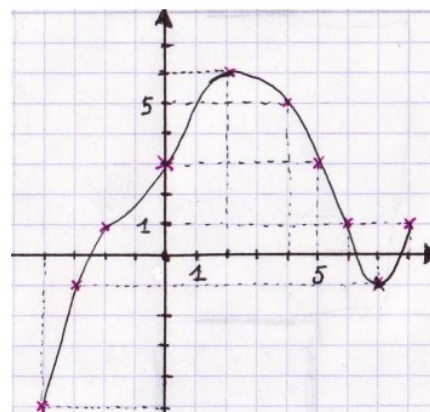
Exercice 15 corrigé disponible

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f .

- Donner le domaine de définition de f .
- Déterminer graphiquement l'image de 5 par la fonction f . Donner $f(-4)$.
- Déterminer s'ils existent, les antécédents de 2 par la fonction f . Déterminer s'ils existent, les antécédents de -2 par la fonction f .
- Sans donner de justification : Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3,5$, puis résoudre l'inéquation $f(x) > 3,5$.
- Établir le tableau des variations de la fonction f .
- Quel est le maximum de la fonction f sur $[-1; 3]$. Préciser la valeur pour laquelle il est atteint.



Exercice 16 corrigé disponible



- donner le domaine de définition de la fonction f représentée par la courbe \mathcal{C} , ci-contre.
- donner les images de -3 et de 5
- donner le ou les antécédents de 1, -5 et 7 si ils existent.
- faire le tableau de variation de la fonction

x	
$f(x)$	

- résoudre les inéquations suivantes : $f(x) \geq 3$; $f(x) \leq -1$; $f(x) > -5$; $f(x) \geq 6$

Exercice 17 corrigé disponible

Comparer si possible les valeurs suivantes, si elles ne sont pas comparables dire pourquoi.

x	-5	-2	0	3
$f(x)$	-1	4	0	3

- $f(-5)$, $f(-3)$ et $f(-2)$
- $f(-2)$ et $f(-1)$
- $f(-1)$ et $f(-3)$