

Application n°1: Waked fait un gâteau au chocolat qui pèse 400g. Il mange les $\frac{3}{20}$.
Quelle masse de gâteau a-t-il mangé?

Corrigé par Pierre

Pour calculer $\frac{3}{20}$ de 400, on doit d'abord diviser 400 par 20
multiplication le résultat par 3.

$$\begin{array}{r|l} 400 & :20 \\ \hline 20 & \\ \hline 000 & \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times 3 \\ \hline 60 \end{array}$$

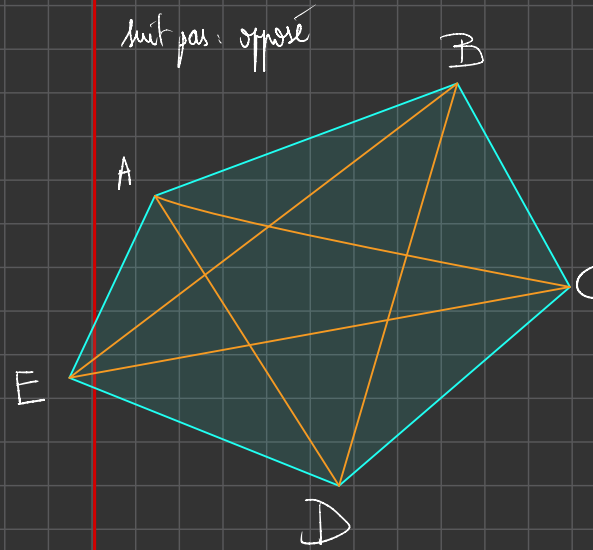
Il a mangé
60 grammes de
gâteaux sur 400g
et il va en
340g.

Application n°2: Luc possède 150 L de lait.
La vache boit $\frac{2}{3}$ du lait. Quelle quantité
la vache boit-elle?

corrigé par Abella de lait
Je cherche la quantité que la vache boit.

$$\begin{array}{r|l} 150 & \times \frac{2}{3} \\ \hline 3 & \\ \hline 000 & \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \times 2 = 100 \\ \hline 100 \end{array}$$

la quantité que la vache boit est 100 L de lait.





Polygones, triangles, quadrilatères

3 côtés.

quatre côtés

I. Les polygones

plusieurs angles.

1. Définitions

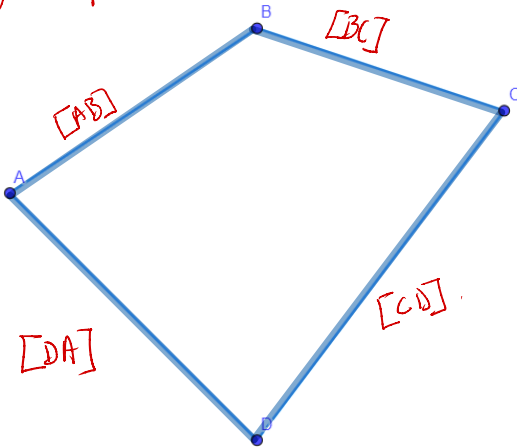
Un polygone est une figure **fermée** composée de plusieurs segments (au moins trois).

Cette figure n'est pas un polygone car elle n'est pas fermée.

2. Vocabulaire

polygone, quadrilatère.

ABCD.



A. Les côtés : Chaque segment qui compose ce polygone est un côté

Exemple : Les côtés du polygone ci-dessus sont les segments $[AB]$ $[BC]$ $[CD]$ et $[DA]$.

B. Les sommets : Les sommets d'un polygone sont les extrémités de ses côtés.

Exemple : Les points A ; B ; C et D sont les sommets de ce polygone car ce sont les extrémités de ses côtés.

C. Nommer un polygone : Pour nommer un polygone on cite tous les sommets dans l'ordre donné sur la figure, ou l'énoncé.

Exemple : On peut nommer le polygone ci-dessus : $ABCD$ ou $BADC...$, mais on ne peut pas le nommer : $BACD$ ou $BDCA$.

D. Les diagonales : Les deux diagonales d'un polygone sont les segments dont les extrémités sont deux sommets non consécutifs (qui ne se suivent pas) de ce polygone.

Exemple : Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont les diagonales de ce polygone.

E. Les côtés opposés : Deux côtés opposés d'un polygone sont deux côtés non consécutifs de ce polygone.

Exemple : Les deux segments $[AB]$ et $[DC]$ sont deux côtés opposés de ce polygone. De même, les segments $[AD]$ et $[BC]$ sont aussi deux côtés opposés.

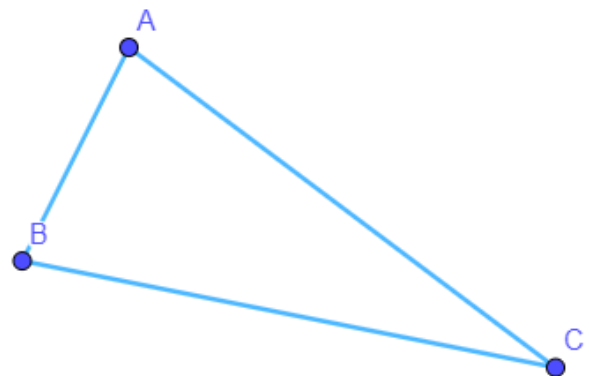
F. Quelques types de polygone :

- Un polygone qui a trois côtés est un triangle.
- Un polygone qui a quatre côtés est un quadrilatère.
- Un polygone qui a cinq côtés est un pentagone.
- Un polygone qui a six côtés est un hexagone.

II. Triangles

1. Définitions

Définition : Un triangle est un polygone qui a trois côtés.



1. Triangles particuliers.

a) Le triangle isocèle :

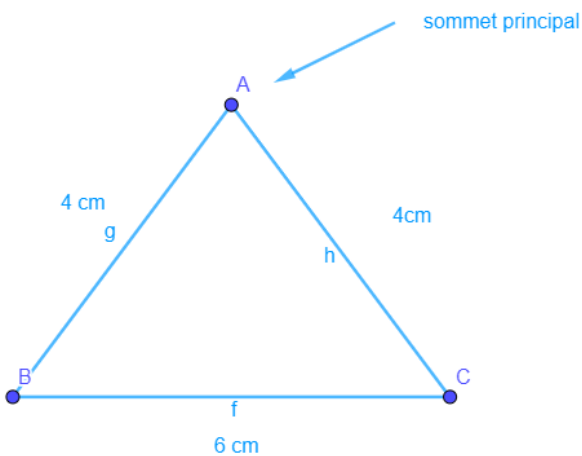


Définition : Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Exemple et méthode de construction : Tracer le triangle ABC isocèle en A (ou de sommet principal A) tel que : $AB = 4\text{cm}$ et $BC = 6\text{cm}$

A est le sommet du principal donc $AB = AC = 4\text{cm}$

La base du triangle isocèle est le côté opposé au sommet principal : dans notre exemple $[BC]$ est la base



- 1) On trace un segment $[BC]$ de 6cm de longueur
- 2) On trace un arc de cercle de centre B et de rayon 4cm
- 3) On trace un arc de cercle de centre C et de rayon 4cm
- 4) A est le point d'intersection des deux arcs de cercle

b) Le triangle équilatéral :

Définition : Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

Exemple et méthode de construction :

Tracer le triangle EFG équilatéral tel que $EF = 4\text{cm}$

- 1) On trace un segment $[AB]$ de 4cm de longueur
- 2) On trace un arc de cercle de centre A et de rayon 4cm

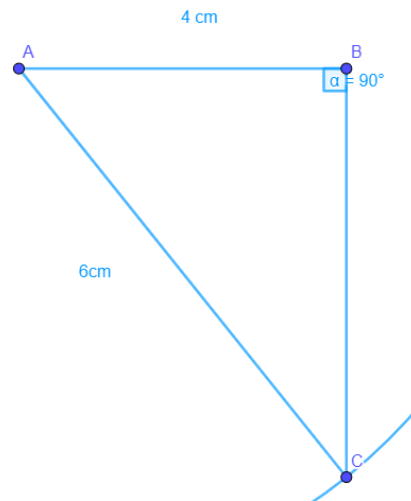
- 3) On trace un arc de cercle de centre B et de rayon 4cm
- 4) C est le point d'intersection des deux arcs de cercle.

c) Le triangle rectangle

Définition : Un triangle rectangle est un triangle qui a deux côtés perpendiculaires.

Exemple et méthode de construction :

Tracer le triangle $[ABC]$ rectangle en B tel que $AB = 4\text{cm}$ et $AC = 6\text{cm}$.



- 1) On trace le segment $[AB]$ de longueur 4cm
- 2) On trace la demi-droite passant par le point B et perpendiculaire au segment $[AB]$
- 3) On trace un arc de cercle de centre A et de rayon 6cm
- 4) Le point d'intersection de la demi-droite et de l'arc de cercle est le point C .

L'hypoténuse d'un triangle rectangle :

Définition : L'hypoténuse d'un triangle rectangle, est le côté opposé à l'angle droit.

Exemple : Tracer en rouge l'hypoténuse du triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 3\text{cm}$ et $BC = 5\text{cm}$



Remarque : Un triangle peut être à la fois isocèle et rectangle, dans ce cas le sommet principal est aussi le sommet de l'angle droit.

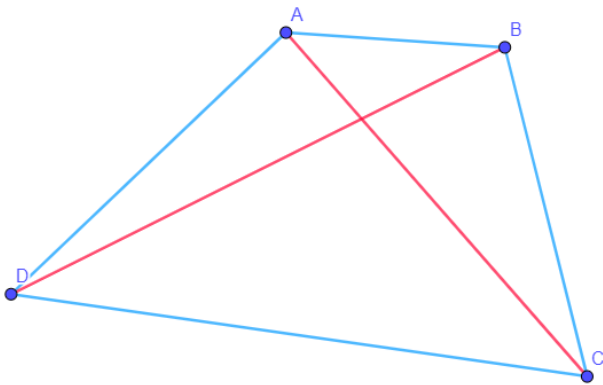
Exemple : Tracer le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que $AB = 4\text{cm}$ et $BC = 4\text{cm}$

III. Quadrilatère

1. Définitions

Un quadrilatère est un polygone qui a quatre côtés

Exemple : Un quadrilatère est un polygone qui a quatre côtés.



Un quadrilatère a :

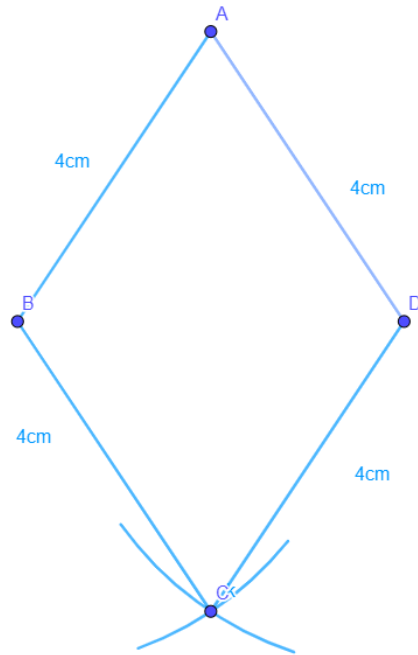
- Quatre côtés : les segments $[AB]$ $[BC]$ $[CD]$ et $[DA]$
- Quatre sommets : les points A , B , C et D
- Deux diagonales : Les segments $[AC]$ et $[BD]$
- Les côtés $[AB]$ et $[BD]$ sont consécutifs
- Les côtés $[AB]$ et $[CD]$ sont opposés.
- Les angles DAB et BCD sont opposés.

2. Les quadrilatères particuliers

a) Le losange

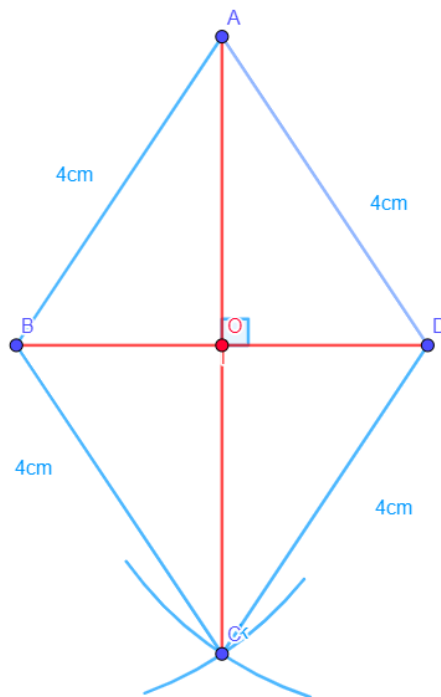
Définition : Le losange est un quadrilatère qui a les quatre côtés de même longueur.

Exemple : La longueur des côtés du losange $ABCD$ ci-dessous est de 4cm .



Remarque : Le losange est un cerf-volant particulier.

Propriétés : Les diagonales du losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu :



$$(AC) \perp (BD)$$



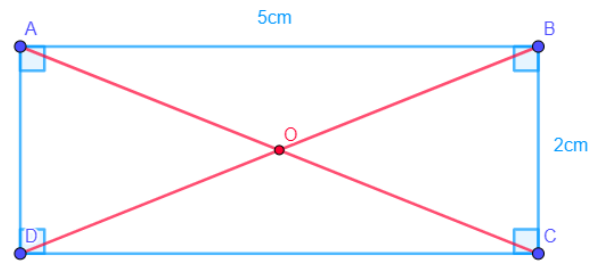
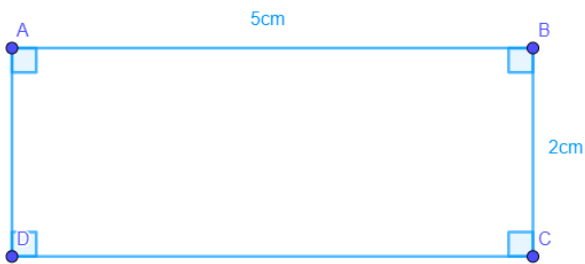
$$OA = OC \text{ et}$$

$$OB = OD$$

b) Le rectangle

Définition : Le rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits.

Exemple : Le rectangle $ABCD$ ci-dessous a une longueur de 5cm et une largeur de 2cm



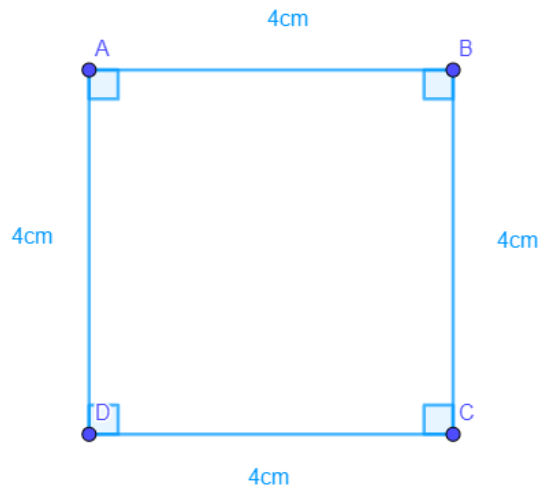
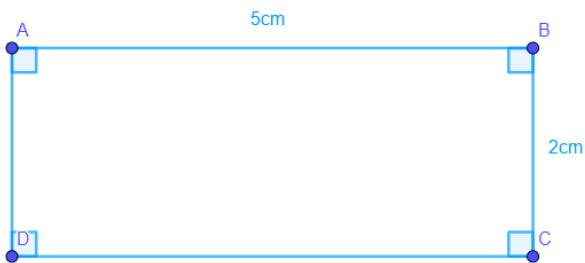
$$OA = OB = OC = OD$$

c) Le carré

Définition : Le carré est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur

Exemple : Tracer le carré $ABCD$ dont les côtés mesurent 4cm

Propriété 1 : Les côtés opposés d'un rectangle sont parallèles et on la même longueur.



Dans l'exemple ci-contre on a :

$$AB = DC = 5\text{cm}$$

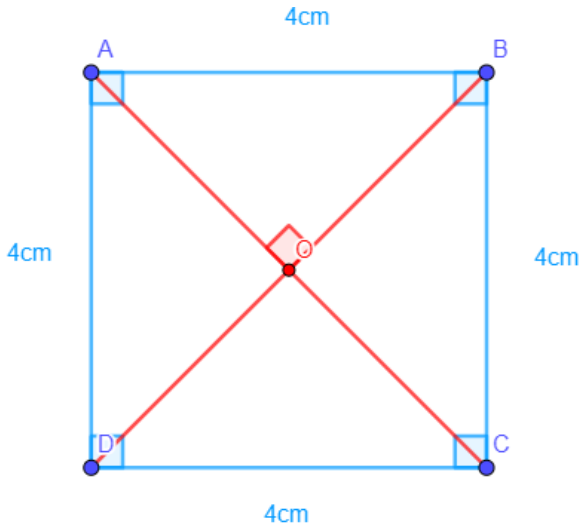
$$AD = BC = 2\text{cm}$$

$$(AB) // (DC) \text{ et}$$

$$(AD) // (BC)$$

Propriété : Les diagonales du carré sont perpendiculaires se coupent en leur milieu et ont la même longueur :

Propriété 2 : Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et se coupent en leur milieu.



$$(OA) \perp (OB)$$

$$OA = OB = OC = OD$$

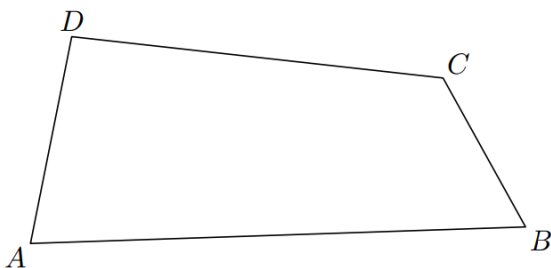
Remarque :

- Le carré est un rectangle particulier car il a ses quatre angles droits.
- Le carré est aussi un losange particulier car il a ses quatre côtés de même longueur.
- Le carré est par conséquent, un cerf-volant particulier.

IV. Exercices

Exercices 1

On considère le quadrilatère $ABCD$ ci-dessous :



- 1) Que représente le segment $[DC]$ pour ce quadrilatère ?
- 2) Que représente le segment $[BD]$ pour le quadrilatère $ABCD$?
- 3) Que représente le couple de segments $[AD]$ et $[BC]$ pour $ABCD$?
- 4) Citer un couple de côtés consécutifs.

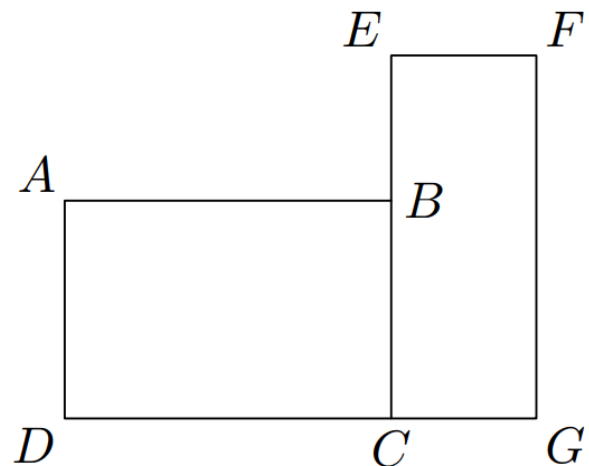
Exercices 2

Parmi le losange, le rectangle et le carré :

- 1) Quels quadrilatères ont ses diagonales perpendiculaires ?
- 2) Quels quadrilatères ont ses côtés opposés parallèles ?
- 3) Quels quadrilatères ont ses diagonales de même longueur.
- 4) Quels quadrilatères ont ses diagonales qui se coupent en leurs milieux ?

Exercices 3

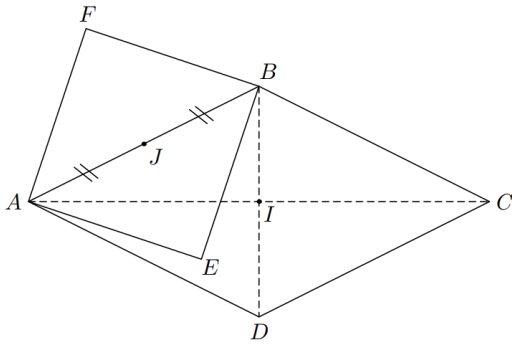
On considère dans le plan de la figure ci-dessus, qui est constituée de deux rectangles $ABCD$ et $EFGC$.



- 1) Que peut-on dire des droites (AD) et (FG) ? Justifier votre réponse à l'aide des propriétés des rectangles et d'un théorème.
- 2) Que peut-on dire des droites (AB) et (FG) ? Justifier votre réponse à l'aide des propriétés des rectangles et d'un théorème.

Exercices 4

On considère la figure ci-dessous :



Où :

- Le quadrilatère $ABCD$ est un losange de centre I tel que : $AB = 6\text{cm}$; $BD = 3\text{cm}$
 - Notons J le milieu du segment $[AB]$. Les points E et F sont tels que le quadrilatère $AEBF$ est un carré.
- 1) a. Comment s'appellent les segments $[AC]$ et $[BD]$ pour le losange $ABCD$?
b. Que peut-on dire des droites (AC) et (BD) ?
c. On note I le point d'intersection des droites (BD) et (AC) . Donner la mesure du segment $[IC]$?
 - 2) a. Comment s'appellent les segments $[AB]$ et $[EF]$ pour le carré $AFBE$?
b. Que représente le point J pour le carré $AFBE$?
c. Que représente la droite (FE) pour le segment $[AB]$?
 - 3) Le but de cette question est de reproduire l'ensemble de cette figure :
a. Tracer deux droites (d) et (d') perpendiculaires ; nommer I le point d'intersection de ces deux droites.
b. Placer les points A, B, C, D pour réaliser le losange $ABCD$ avec les dimensions requises.
c. A l'aide du compas, tracer la médiatrice du segment $[AB]$; nommer J le milieu du segment $[AB]$
d. Placer les points E et F sur cette médiatrice afin de tracer le carré $AEDF$ aux dimensions requises.

Exercices 5

- 1) a. Tracer un cercle L de centre O et de rayon 4cm et un cercle L' de centre O' et de diamètre 7cm tels que ces deux

cercles se coupent en deux points E et F .

b. Que peut-on dire du triangle OEF ?

- 2) a. Faites de même avec deux cercles de rayon 5cm .
b. Que peut-on dire quelle est la nature du quadrilatère $OEO'F$

Exercices 6

Dans chaque cas, construire le rectangle $ABCD$ en respectant les indications données :

- 1) $AB = 5\text{cm}$ et $AC = 6\text{cm}$
- 2) $AB = 4\text{cm}$ et $BD = 8\text{cm}$

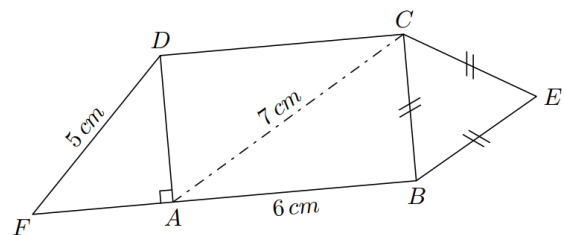
Exercices 7

Tracer les quadrilatères suivants :

- 1) $ACBD$ est un rectangle tel que : $AC = 5\text{cm}$
- 2) $EFGH$ est un rectangle tel que : $EF = 5\text{cm}$; $FH = 6\text{cm}$
- 3) $IJKL$ est un losange tel que : $KI = 2\text{cm}$; $JL = 8\text{cm}$
- 4) $MNOP$ est un losange tel que : $MO = 8\text{cm}$; $MN = 4,5\text{cm}$

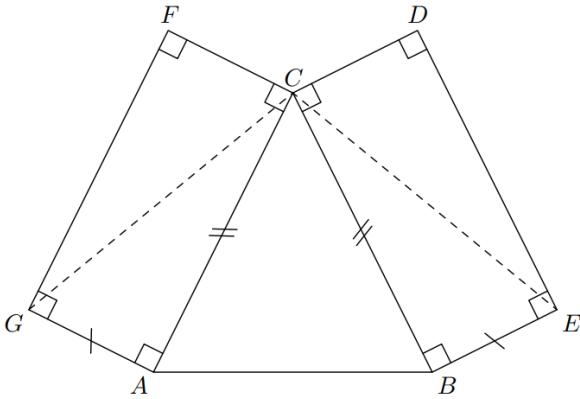
Exercices 8

Reproduire la figure ci-dessous en vraie grandeur :



Exercices 9

On considère la figure ci-dessous :



Exercices 12

Effectuer le programme de tracé suivant :

- 1) Tracer le triangle ABC vérifiant les mesures suivantes :
 $AB = 7\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$; $BC = 8,5\text{cm}$
- 2) Tracer sur la figure précédente, le rectangle $CAFD$ tel que $AG = 6\text{cm}$.
- 3) Compléter le dessin en traçant le carré $ADBE$.

- 1) Donner la nature du triangle ABC et du quadrilatère $CBED$. Justifier vos réponses.
- 2) a. Justifier que les deux segments $[FC]$ et $[CD]$ sont de même longueur.
b. Préciser la nature du triangle FCD .
- 3) Justifier que le triangle CEG est isocèle en C .

Exercices 10

Effectuer le programme tracé ci-dessous :

- 1) Tracer le losange $ABCD$ ayant les mesures suivantes : $AC = 8\text{cm}$; $BD = 5\text{cm}$
- 2) a. Nommer O le point d'intersection des diagonales.
b. Placer le point E tel que $OCED$ soit un rectangle.
- 3) Placer les points F et G de sorte que $AFBG$ soit un carré.

Exercices 11

Soit D, E, R, Z quatre points fixés dans le plan. Parmi les noms de quadrilatères ci-dessous, donner les noms représentant également le quadrilatère $ZDER$:

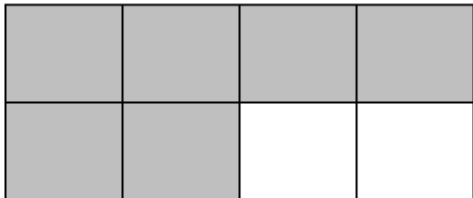
- 1) $DERZ$
- 2) $REDZ$
- 3) $RDEZ$
- 4) $DZER$
- 5) $EDZR$
- 6) $RZED$
- 7) $REZD$
- 8) $ERDZ$
- 9) $ZEDR$
- 10) $ZRED$



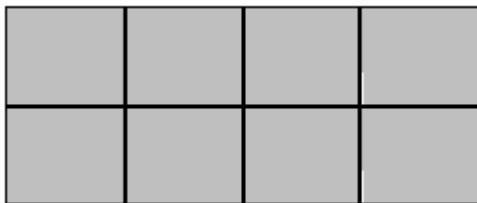
Les Fractions

I. Partages

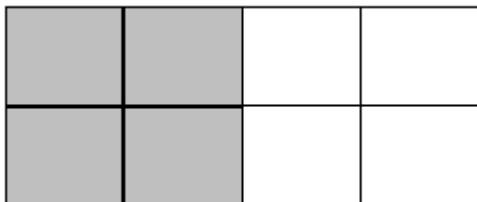
On partage un gâteau en huit parts égales. La partie coloriée représente :



Les $\frac{6}{8}$ du gâteau



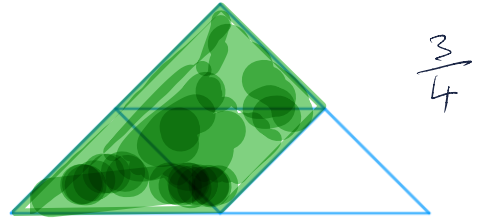
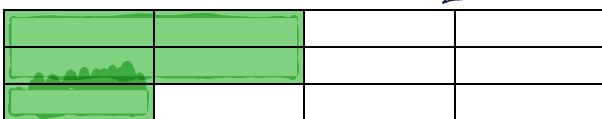
Les $\frac{8}{8}$ du gâteau



Les $\frac{4}{8}$ du gâteau

Colorier les $\frac{5}{12}$ du rectangle ; les $\frac{3}{4}$ du triangle et $\frac{1}{6}$ du segment.

$\frac{5}{12}$



[AB] est un segment partagé en trois parties égales :



Compléter :

$\frac{5}{3}$



$$CD = \frac{1}{3} AB$$

$$GH = \frac{2}{3} AB$$

$$AB = \frac{3}{3} AB$$

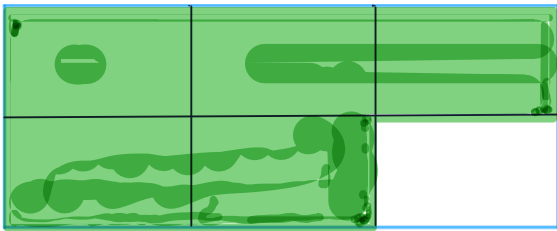
$$EF = \frac{4}{3} AB$$

$$IJ = \frac{5}{3} AB$$



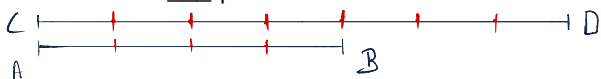
Méthode : Représenter une fraction $\frac{a}{b}$ d'une figure, c'est partager cette figure en b parties égales et représenter a .

Exemples : a) Un rectangle de 4cm sur 3cm. Colorier les $\frac{5}{6}$ de ce rectangle :



On partage le rectangle en 6 parties égales.

On colore 5 parties.



b) Tracer un segment [AB] mesurant 4cm puis tracer un segment [CD] dont la largeur vaut les $\frac{7}{4}$ de la longueur du segment [AB].

On partage le segment [AB] en 4 parties égales.

On représente 7 parties (on est donc obligé de « rallonger » le segment [AB])

II. Ecriture fractionnaire d'un quotient

Définition : a et b sont deux nombres, et b n'est pas égal à zéro.

Le quotient exact de a par b se note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

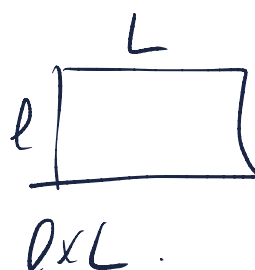
$\frac{a}{b}$ est l'écriture fractionnaire du quotient de a par b

Vocabulaire : Si a et b sont des nombres entiers, $\frac{a}{b}$ est une fraction.

$\frac{2}{3}$ $\frac{2,3}{3,8}$



$2 \times \pi \times R$



$\frac{8}{2}$ $\frac{2}{3} < 1$
 $\frac{3}{2} > 1$

Exemples :

1. $\frac{8}{5}$ est une écriture fractionnaire du quotient de 8 par 5.

$\frac{8}{5}$ est une fraction (car 8 et 5 sont des entiers naturels).

$\frac{8}{5} = 1,6$

2. $\frac{2,7}{0,3}$ est une écriture fractionnaire du quotient de 2,7 par 0,3.

$\frac{2,7}{0,3}$ n'est pas une fraction.

$\frac{2,7}{0,3} = 9$

3. $\frac{2}{3}$ est une fraction du quotient de 2 par 3.

Si on calcule, $2 : 3$, la division, ne tombe pas juste. Le quotient de 2 par 3 n'a pas d'écriture. Dans ce cas, on utilise une écriture fractionnaire pour désigner une valeur exacte du quotient :

$2 : 3 = \frac{2}{3}$

Si on veut calculer le nombre $\frac{2}{3}$, on obtient une valeur approchée.

Exemple : $\frac{2}{3} \approx 0,66$ (valeur tronquée au centième)

$\frac{2}{3} \approx 0,7$ (valeur arrondie au dixième)

$0 < \frac{2}{3} < 1$ encadrement.

$0,6 < \frac{2}{3} < 1$ encadrement.

$0,66 < \frac{2}{3} < 0,67$ encadrement.



III. Egalité de deux quotients

Propriété (admise) : Le quotient $\frac{a}{b}$ de deux nombres ne change pas si on multiplie (ou on divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre différent de zéro.

Cette propriété sert à transformer des écritures fractionnaires en fractions ou à simplifier des fractions. $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ $\frac{27}{45} = \frac{27 \div 9}{45 \div 9} = \frac{3}{5}$

Exemple 1 : Ecrire une fraction égale à $\frac{0,2}{3} = \frac{0,2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{1}{15}$

Exemple 2 : Simplifier la fraction $\frac{132}{110}$ (Fraction irréductible).

Simplifier une fraction, c'est la remplacer par une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

IV. Egalité de deux quotients

Règle : Calculer $\frac{a}{b}$ d'un nombre c , c'est multiplier le nombre c par la fraction $\frac{a}{b}$.

Exemple : Une personne dispose de 915 euros. Elle dépense les $\frac{2}{5}$ de cette somme. Combien a-t-elle dépensé ?

Il y a trois méthodes possibles :

Pour multiplier un nombre par $\frac{a}{b}$ on peut :	Exemple :
. multiplier ce nombre par a , puis diviser le résultat b .	
. ou diviser ce nombre par b , puis multiplier le résultat par a .	
. ou multiplier ce nombre par le résultat de la division de a par b .	

Conclusion : Cette personne a dépensé _____.

$$\frac{8 \times 2}{5 \times 2} = \frac{16}{10}$$

$$\frac{18}{12} = \frac{3 \times 6}{2 \times 6} = \frac{3}{2}$$

Simplifier la fraction suivante :

$$\frac{15}{25} = \frac{3 \times 5}{5 \times 5} = \frac{3}{5}$$

Remarque : Les méthodes 2 et 3 ne sont pas toujours utilisables.

V. Exercices

Exercices 1

Par un calcul mental, effectuer les opérations suivantes :

$$27 : 3 = 9 \quad 34 : 2 = 17 \quad 35 : 7 = 5$$

$$24 : 6 = 4 \quad 81 : 9 = 9 \quad 66 : 3 = 22$$

$$56 : 8 = 7 \quad 32 : 8 = 4 \quad 32 : 4 = 8$$

Exercices 2

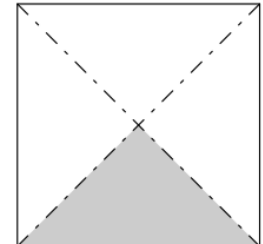
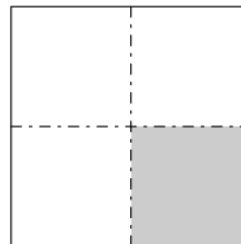
Ecrire en toute lettre les fractions suivantes :

$\frac{1}{3}$	
$\frac{5}{2}$	
$\frac{7}{8}$	
$\frac{9}{4}$	

Exercices 3

Déterminer la valeur des parts demandées :

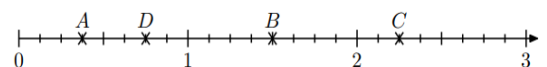
1. Le quart de 100kg
2. Les deux tiers de 60€



Comparer l'aire de ces deux parties grisées. Justifier votre réponse.

Exercices 4

1. On considère la droite graduée ci-dessous :

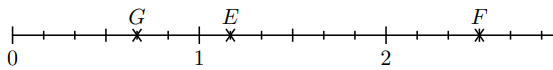


Chaque unité a été divisée en 8 parties égales :



- Justifier que l'abscisse du point D est $\frac{3}{4}$
- Exprimer les abscisses A, B, C à l'aide de fractions.
- Donner une fraction représentant la distance BD .

- On considère désormais la droite graduée ci-dessous :



- Pour cette droite graduée, combien de parts égales constituent une unité.
- Exprimer les abscisses des points E, F, G à l'aide de fractions.

Exercices 5

Lors d'un trajet, un automobiliste estime sa consommation aux deux septièmes de son réservoir.

La capacité de son réservoir est de 59l

- Laquelle des expressions ci-dessous donne la consommation durant ce trajet ?

a. $\frac{52}{2}$ b. $\frac{118}{7}$ c. $\frac{57}{7}$ d. $\frac{59}{14}$

- En posant votre opération, donner la valeur par excès de la consommation au décilitre près.

Exercices 6

- Répondre aux questions suivantes en donnant le nombre correspondant en écriture fractionnaire :

- Quel est le nombre qui, multiplié par 2, donne 3 ?

- Quel est le nombre qui, multiplié par 5, vaut 4 ?
 - Quel est le nombre qui, multiplié par 6, vaut 3 ?
 - Quel est le nombre qui, multiplié par 7, vaut 1 ?
- Parmi les nombres obtenus, à la question 1., lesquels admettent une écriture décimale ?

Exercices 7

Donner les valeurs décimales des fractions suivantes :

a. $\frac{12}{100}$ b. $\frac{3,2}{10}$ c. $\frac{132}{100}$

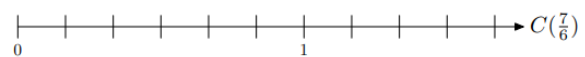
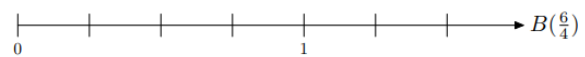
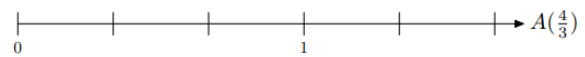
Exercices 8

Effectuer les divisions suivantes :

$5,4 \div 0,1$ $12 \div 0,01$ $0,32 \div 0,1$
 $710,4 \div 0,001$ $0,1 \div 0,1$ $57 \div 0,001$

Exercices 9

- Pour chaque droite graduée, placer le point indiqué sur la droite en respectant l'abscisse précisé.



Exercices 10

Par un calcul mental, déterminer la valeur de chacune des parts ci-dessous :

- Le tiers de 69
- Les trois quarts de 120
- Les huit cinquièmes de 35
- La moitié de 162

Exercices 11

En écrivant vos calculs, déterminer le nombre de minutes de chacune des durées suivantes :

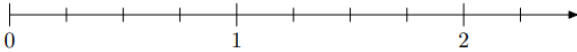


- a. Une demi-heure
- b. Un tiers d'heure
- c. Trois cinquièmes d'heure
- d. Cinq quarts d'heure
- e. Douze vingtième d'heure
- f. Une journée

Exercices 12

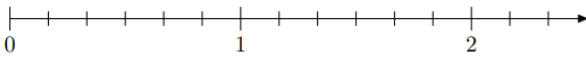
1. Sur la droite graduée ci-dessous, placer les points suivants en respectant leurs abscisses :

- a. $A\left(\frac{3}{4}\right)$ b. $B\left(\frac{7}{4}\right)$ c. $C\left(\frac{7}{3}\right)$



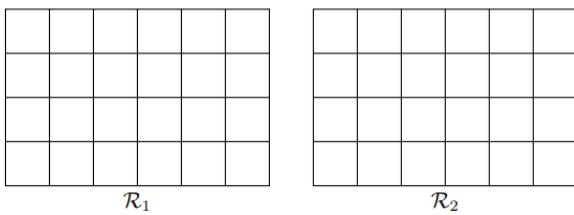
2. Sur la droite graduée ci-dessous, placer les points suivants en respectant leurs abscisses :

- A. $D\left(\frac{1}{6}\right)$ B. $E\left(\frac{1}{2}\right)$ C. $F\left(\frac{7}{3}\right)$



Exercices 13

On considère les deux rectangles représentés ci-dessous :

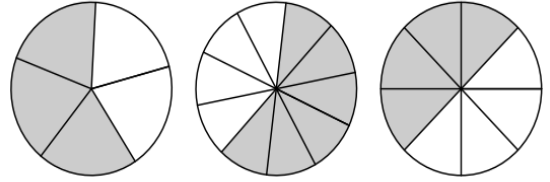


Représenter sur chacun des rectangles les partages suivants :

1. A. Hachurer les deux tiers du rectangle R_1
 B. Hachurer les $\frac{16}{24}$ du rectangle R_2 .
2. Que peut-on dire des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{16}{24}$.

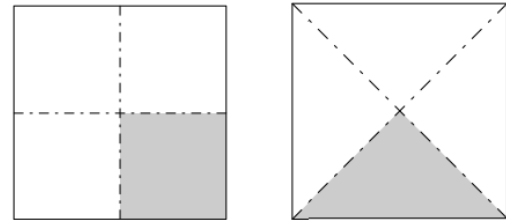
Exercices 14

1. Colorier les trois quarts du rectangle ci-dessous.



Exercices 15

Ci-dessous sont représentées en grisées deux parties d'un même carré :



Comparer l'aire de ces deux parties grisées. Justifier votre réponse.