Ex n° 7

3) Antécédent(s) de (-2). $f(x) = -2$.

$x^2+x-2 = -2$ $\quad \downarrow +2$

$x^2+x\cancel{-2}\cancel{+2} = \cancel{-2}\cancel{+2}$

$x^2+x = 0$.

$x(x+1) = 0$.

$x = 0$ ou $x+1 = 0$.

$x = 0$ ou $x = -1$.

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

4) a) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

$= x^2 + 2\times x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$ $\qquad \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$

$= x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{9}{4}$

$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

$= x^2 + x - \frac{8}{4}$

$= \boxed{x^2+x-2} = f(x)$.

4) b) $f(x) = 0$ $\qquad ax^2+bx+c$

$x^2+x-2 = 0$ $\quad$ 1) $a = 1$ $b = 1$ $c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$ (discriminant). $\quad \bullet\ \Delta = 0$ $\quad x_0 = \frac{-b}{2a}$

$\Delta = 1^2 - 4\times 1 \times(-2)$

$\bullet\ \Delta = 1+8 = 9 > 0$ $\qquad \bullet\ \Delta < 0,\ \mathcal{S} = \emptyset$ (pas de sol° réelles)

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{9}}{2\times 1} = \frac{-1-3}{2} = -2$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{9}}{2\times1} = \frac{-1+3}{2} = 1$

$f(x) = 0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0$.

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

$x+\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{9}{4}}$ ou $x+\frac{1}{2} = -\sqrt{\frac{9}{4}}$

$x+\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $\qquad x+\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$ $\qquad x = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$

$x = \frac{2}{2} = 1$ $\qquad x = -\frac{4}{2} = -2$.

c) $f(x) \leq 0 \iff \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \leq 0$.

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \leq 0$. $\qquad a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

$\left(x+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right) \leq 0$.

$(x-1)(x+2) \leq 0$

$x-1 = 0$ $\qquad x+2 = 0$

$x = 1$ $\qquad x = -2$.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-1)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\mathcal{S} = [-2;1]$

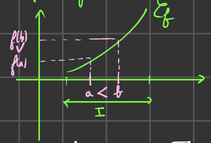
n° 8 : $\sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$ $\qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ $\qquad 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

1) $D_f = [0;+\infty[$

2) La fonction racine carrée est croissante sur $[0;+\infty[$.

Déf. Soit f une fonction croissante sur I (un intervalle)



Démontrons que la f° $f(x) = \sqrt{x}$ est croissante sur $[0;+\infty[$

Soit $a \in [0;+\infty[$ et $b \in [0;+\infty[$.

$a \leq b$

Pour comparer $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$ on effectue l'opération suivante :

$\sqrt{b} - \sqrt{a} = \frac{(\sqrt{b}-\sqrt{a})(\sqrt{b}+\sqrt{a})}{1\times(\sqrt{b}+\sqrt{a})} = \frac{\sqrt{b}^2-\sqrt{a}^2}{\sqrt{b}+\sqrt{a}}$

$= \frac{b-a}{\sqrt{b}+\sqrt{a}} \geq 0$ $\quad (+)\ (+)$

$\sqrt{b}-\sqrt{a} \geq 0$ donc f est croissante sur $[0;+\infty[$.

3) Comparons $f(3)$ et $f(\pi)$

$3 < \pi$.

Or f est croissante sur $[0;+\infty[$, elle conserve l'ordre.

$f(3) < f(\pi)$.

4) Soit $x \in [0;+\infty[$. $h(x) = \sqrt{x+1}$, $k(x) = \sqrt{x}+1$.

$k(x) - h(x) = \sqrt{x}+1-\sqrt{x+1}$

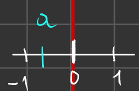
$= \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{1} + 1$

$= \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})}{1\times(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})} + 1$.

$= \frac{\sqrt{x}^2-\sqrt{x+1}^2}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}} + 1$.

$= \frac{\cancel{x}-\cancel{x}-1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}} + 1$

$= \frac{-1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}} + 1 > 0$ $\quad \alpha$



$x+1 > 1$.

$\sqrt{x+1} > \sqrt{1}$

$\sqrt{x+1} > 1$.

$\sqrt{x}+\sqrt{x+1} > 1+\sqrt{x} > 1$.

$\frac{\cancel{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}}{\cancel{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}} > \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$

$1 > \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$

$-1 < \frac{-1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}} < 0$.

$\forall x \in [0;+\infty[$, $\boxed{h(x) \leq k(x)}$ α