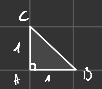
plus de bonnes notes

Dimanche 28 avril 2024 - Seconde GT - maths.

5) Nombre rationnel : Déf : un nombre est rationnel s'il peut se mettre sous la forme d'une fraction irréductible : $q = \frac{a}{b}$ où $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}^*$.

Ex : $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$ $\quad \frac{6}{3} = \frac{3}{1} \in \mathbb{Q}$.

$2{,}3 = \frac{23}{10} \in \mathbb{Q}$.



$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 1^2 + 1^2$

$BC^2 = 2$

$BC = \sqrt{2}$ est irrationnel.

Démontrons par l'absurde que $\sqrt{2}$ est irrationnel.
Supposons que $\sqrt{2}$ est rationnel. Il peut alors se mettre sous la forme d'une fraction irréductible.

$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ où $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}^*$

$(\sqrt{2})^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$

$b^2 \times 2 = \frac{a^2}{\cancel{b^2}} \times \cancel{b^2}$

$(2k)^2$

$4k^2 = 2 \times 2k^2$

$2b^2 = a^2$

$a^2 = 2b^2$.

a^2 est un multiple de 2 donc a^2 est paire.
Alors a est paire : $a = 2 \times k$ $\quad k \in \mathbb{Z}$.

$a^2 = 2b^2$

$(2k)^2 = 2b^2$.

$4k^2 = 2b^2$.

$2k^2 = b^2$.

b^2 est paire donc b est paire.

Or $\frac{a}{b}$ est irréductible donc $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel, il est irrationnel.

$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

6. a. Soit $n \in \mathbb{N}$, $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \geq 1$ est fausse.
Pour $n = 1$, on a $\sqrt{2} - \sqrt{1} \simeq 0{,}4142 < 1$.

b. $\sqrt{3} - \sqrt{2} \simeq 0{,}3178 \leq 1$ Vraie.

c. Soit $n \in \mathbb{N}$, $\sqrt{n+1} + \sqrt{n} \geq 1$.

$n+1 \geq 1$) on applique la fonction racine carrée croissante sur $[0;+\infty[$.

$\sqrt{n+1} \geq \sqrt{1}$

$\sqrt{n+1} \geq 1$) $+\sqrt{n}$

$\sqrt{n+1} + \sqrt{n} \geq 1 + \sqrt{n}$

$\sqrt{n+1} + \sqrt{n} \geq 1 + \sqrt{n} \geq 1$

$a \geq b$
$b \geq c$
$a = b$
$b = c$.

$\boxed{\sqrt{n+1} + \sqrt{n} \geq 1.}$

7. $A = -5\sqrt{28} + 5\sqrt{63} - \sqrt{112}$

$A = -5 \times \sqrt{4 \times 7} + 5 \times \sqrt{9 \times 7} - \sqrt{16 \times 7}$

$A = -5 \times 2 \times \sqrt{7} + 5 \times 3 \times \sqrt{7} - 4 \times \sqrt{7}$

$A = -10\sqrt{7} + 15\sqrt{7} - 4\sqrt{7}$

$A = \sqrt{7}$.

$B = \sqrt{160} \times \sqrt{40} \times \sqrt{90}$

$B = \sqrt{16 \times 10} \times \sqrt{4 \times 10} \times \sqrt{9 \times 10} = 4\sqrt{10} \times 2\sqrt{10} \times 3\sqrt{10}$

$B = 24 \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10}$

$B = 240\sqrt{10}$.

8) $A = \left(4\sqrt{5} - 3\sqrt{6}\right)^2$ $\qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$A = (4\sqrt{5})^2 - 2 \times 4\sqrt{5} \times 3\sqrt{6} + (3\sqrt{6})^2$.

$A = 80 - 24\sqrt{30} + 54$.

$A = 134 - 24\sqrt{30}$ $\qquad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$B = \left(2\sqrt{10} + 4\sqrt{6}\right)^2 = (2\sqrt{10})^2 + 2 \times 2\sqrt{10} \times 4\sqrt{6} + (4\sqrt{6})^2$.

$B = 4 \times 10 + 16\sqrt{60} + 16 \times 6 = 40 + 96 + 16\sqrt{4 \times 15}$

$B = 136 + 32\sqrt{15}$

9) $A = \frac{(2 + \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})}$

On multiplie par la quantité conjuguée du dénominateur.

$3 - \sqrt{2} \longrightarrow 3 + \sqrt{2}$.

$a + b \longrightarrow a - b$.

$-2a + b \longrightarrow -2a - b$.

$A = \frac{6 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2}{3^2 - \sqrt{2}^2}$

$A = \frac{8 + 5\sqrt{2}}{7} = \frac{8}{7} + \frac{5}{7}\sqrt{2}$

10) a) $\sqrt{\left(\pi - \frac{7}{2}\right)^2} = \pi - \frac{7}{2}$.

b) $\sqrt{x-5} = 3$. $\qquad x - 5 \geq 0$. $\quad \boxed{x \geq 5}$

$\sqrt{x-5}^2 = 3^2$

$x - 5 = 9$

$x = 9 + 5$

$\boxed{x = 14.}$

c) $\sqrt{(x-5)^2} = 3$. $\qquad \sqrt{x^2} = |x|$.

$\sqrt{(x-5)^2}^2 = 3^2$. $\qquad \sqrt{(-3)^2} = -3$.

$(x-5)^2 = 3^2$

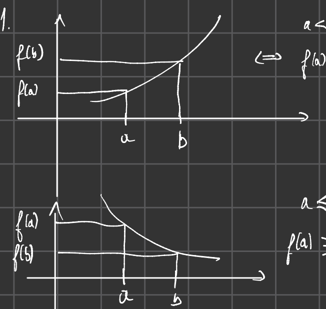
$(x-5)^2 - 3^2 = 0$. $\qquad \sqrt{x}^2 = x$.

$(x-5-3)(x-5+3) = 0$. $\qquad \sqrt{x^2} = |x|$.

$(x-8)(x-2) = 0$.

$\boxed{x = 8 \text{ ou } x = 2.}$

11.



$a < b$

$\iff f(a) \leq f(b)$

$a \leq b$

$f(a) \geq f(b)$.

$f(b) - f(a) \geq 0$.
< 0

n° 11.

1) $D_f = \mathbb{R}$

2) a) $0 \leq a < b$.

$a - b < 0$ car $a < b$.

$\iff a - b < 0$.

b) $f(b) - f(a) = b^3 - a^3 = \underbrace{\underbrace{(b-a)}_{+}\underbrace{(b^2 + ab + a^2)}_{+}}_{+}$.

c) $f(b) - f(a) \geq 0$. f est croissante sur $[0;+\infty[$.

d) $a < b \leq 0$.

$a - b \leq 0$.

e) $f(b) - f(a) = b^3 - a^3 = \underbrace{\underbrace{(b-a)}_{+} \times \underbrace{(a^2 + ab + b^2)}_{+}}_{+}$.

$f(b) - f(a) \geq 0$.

f) f est croissante sur $]-\infty;0]$.

g)

x	$-\infty$	$+\infty$
Var° de f		$\nearrow$

3) $\frac{\pi}{2} > \sqrt{2}$) On applique f.

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) > f(\sqrt{2})$

4) $g(x) = 3x^2 - 3x + 1$. définie sur $\mathbb{R}$. $\qquad (x-1)^3$

$f(x) - g(x) = x^3 - (3x^2 - 3x + 1)$. $\qquad = (x-1) \times (x-1)^2$

$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$. $\qquad = (x-1)(x^2 - 2x + 1)$.

$= (x-1)^3$. $\qquad = x^3 - 2x^2 + x - x^2 + 2x - 1$

$= (x-1) \times \underbrace{(x-1)^2}_{+}$ $\qquad = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x) - g(x)$		$-$	0	$+$	
		$\mathcal{C}_g > \mathcal{C}_f$		$\mathcal{C}_f > \mathcal{C}_g$	

plus de
bonnes notes

n°14