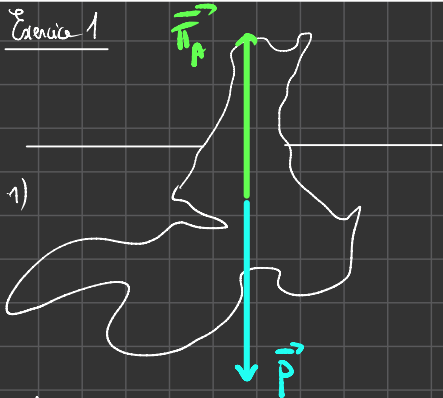


Exercice 1



1)

2) Système: {iceberg}

Ref: terrestre supposée galiléenne.

Def:  $\vec{P}$ ;  $\vec{\Pi}_A$

2<sup>nd</sup> loi de Newton:  $\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{\Pi}_A = \vec{0}$$

$$m \times \vec{g} - \rho_{eau} \times V_{ice} \times \vec{g} = \vec{0}$$

$$\vec{g} \times (m_{ice} - \rho_{eau} \times V_{ice}) = \vec{0}$$

$$\rho_1 \times V_1 - \rho_2 \times (V_f + V_c) = 0$$

$$\rho_1 V_1 - \rho_2 V_f + \rho_2 V_c = 0$$

$$V_c (\rho_1 - \rho_2) = -\rho_2 V_f$$

$$V_f = \frac{-\rho_1 V_c}{\rho_1 - \rho_2}$$

$$V_c = -\frac{1024 \times 600}{910 - 1024}$$

$$V_f = 5,39 \times 10^3 \text{ m}^3$$

$$\frac{V_c}{V_f} = \frac{600}{5,39 \times 10^3} = 0,11 \approx 11\%$$

ex 2:

1) Le principe fondamental de la statique des fluides incompressible de masse volumique  $\rho$  dans un champ pesante uniforme  $g$ , pour 2 points A et B d'altitude respective  $z_a$  et  $z_b$

$$P_a - P_b = \rho g (z_b - z_a)$$

$$2. \quad P_a - P_c = \rho_{air} \times g (z_c - z_a)$$

$$= 1,3 \times 10 \times (60 - 15)$$

$$= 585 \text{ Pa}$$

$$3) \quad P_A - P_0 = 585 \text{ Pa}$$

$$P_A = 585 + P_0$$

$$= 585 + 10^5$$

$$P_A = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$A.4-1. \quad P_c + \frac{1}{2} \rho_{eau} \times v_c^2 + \rho g z_c$$

$$= P_a + \frac{1}{2} \rho_{eau} \times v_a^2 + \rho g z_a$$

$$v_a = \sqrt{\frac{(P_c - P_a + \rho g z_c - \rho g z_a) \times 2}{\rho_{eau}}}$$

$$v_a = \sqrt{\frac{(P_c - P_a + \rho g z_c - \rho g z_a) \times 2}{\rho_{eau}}}$$

$$v_a = \sqrt{\frac{(-585 + 1000 \times 10 \times 60 - 1000 \times 10 \times 15) \times 2}{1000}}$$

$$v_a = 29,9 \text{ m.s}^{-1}$$

$$A.4.2) \quad D_v = v_a \times S$$

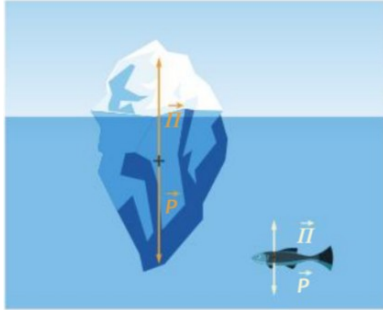
$$= 29,9 \times 1,13 \times 10^{-4}$$

$$D_v = 3,38 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

# Écoulement d'un fluide - Fiche de cours

## 1. Poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède est la résultante des forces de pression exercées par un fluide au repos sur un corps immergé.

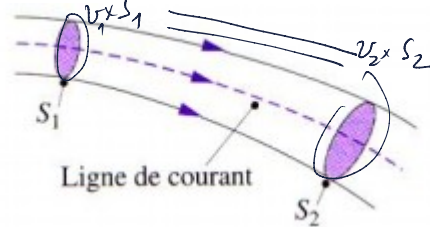


$$\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} \cdot V_{\text{immergé}} \cdot \vec{g}$$

## 2. Écoulement d'un fluide

### a. Lignes de courant

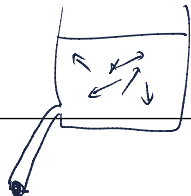
Les lignes de courant sont les trajectoires suivies par les molécules d'un fluide en mouvement.



$$v \times S : \frac{m}{s} \times m^2 = \frac{m^3}{s}$$

### b. Écoulement permanent

Un écoulement est dit permanent lorsque les lignes de courant ne varient pas au cours du temps.  
En un point du fluide, toutes les molécules passent avec la même vitesse.



## c. Débit volumique

Le débit volumique est défini par :

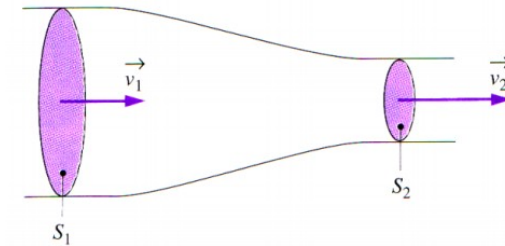
$$D_v = \frac{V}{\Delta t} \quad \text{unité en } m^3 \cdot s^{-1} \quad V \text{ en } m^3 \quad \Delta t \text{ en } s$$

Pour un écoulement incompressible,  $D_v = v \cdot S$   $v$  en  $m \cdot s^{-1}$   $S$  en  $m^2$

Pour un écoulement permanent, il y a conservation du débit volumique.

## d. Equation de continuité

Pour l'écoulement permanent d'un fluide :



$$D_{v1} = D_{v2} \quad \text{ou} \quad v_1 S_1 = v_2 S_2$$

= masse volumique constante.

## 3. Dynamique des fluides incompressibles

### a. Formes de pression dans un fluide

En un point donné du fluide la pression peut être décomposée en 3 catégories :

- pression statique :

Pour un fluide au repos la pression statique vaut :  $P_{\text{statique}} = p$

- pression hydrostatique :

Pour un fluide de masse volumique  $\rho$  placé à l'altitude  $z_A$  dans le champ de pesanteur, la pression hydrostatique vaut

$$P_{Hydrostatique} = \rho g z_A$$

- pression dynamique :

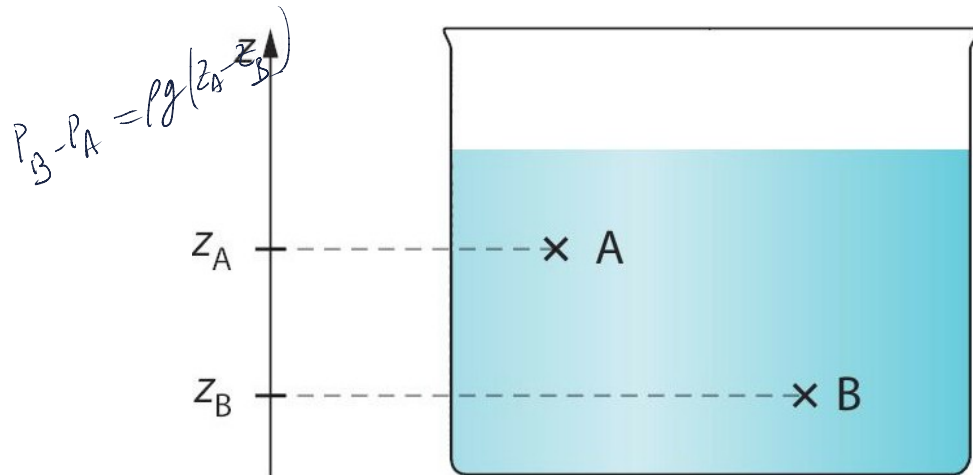
Pour un fluide de masse volumique  $\rho$  se déplaçant à la vitesse  $v$  dans le champ de pesanteur, la pression dynamique vaut :

$$P_{Dynamique} = \frac{1}{2} \rho v^2$$

**c. Loi fondamentale de la statique des fluides**

Pour un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$  dans un champ de pesanteur uniforme  $g$ , pour 2 points A et B d'altitudes respectives  $z_A$  et  $z_B$  :

$$P_{Statique} + P_{hydrostatique} = Constante \quad \text{soit} \quad P_A + \rho g z_A = P_B + \rho g z_B$$

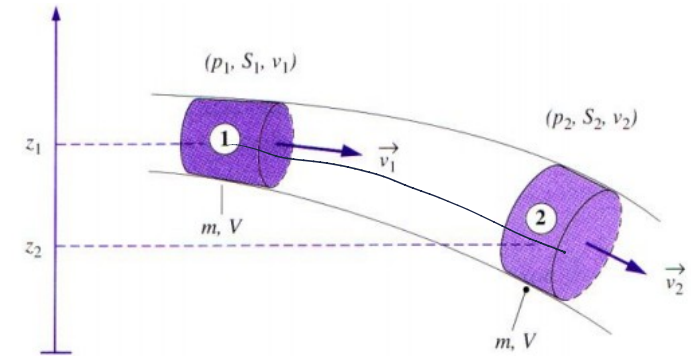


La loi de la statique des fluides s'énonce par :  $P_B - P_A = \rho g (z_A - z_B)$

**d. Relation de Bernoulli**

Pour un fluide parfait incompressible et en écoulement permanent, entre 2 états la somme des pressions statiques, hydrostatique et dynamique est constante :

$$P_{Statique} + P_{hydrostatique} + P_{dynamique} = Constante$$



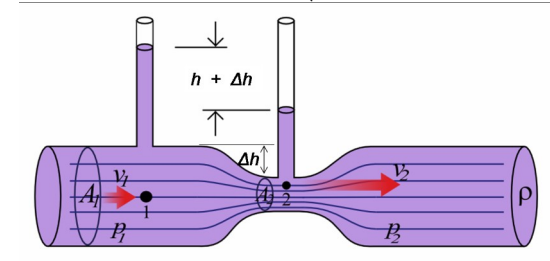
La relation de Bernoulli s'énonce par :

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2 + p_2$$

**e. Effet Venturi**

Dans un fluide parfait et incompressible, lorsque la section diminue :

- la vitesse du fluide augmente (équation de continuité)
- la pression du fluide diminue (relation de Bernoulli)



# Écoulement d'un fluide - Exercices

## Exercice 1 corrigé disponible

Un iceberg a un volume émergé  $V_e = 600 \text{ m}^3$ .

La masse volumique de l'iceberg est  $\rho_1 = 910 \text{ kg m}^{-3}$  et celle de l'eau de mer est  $\rho_2 = 1024 \text{ kg m}^{-3}$ .

1- Schématiser l'iceberg flottant et tracer les forces auxquelles il est soumis à l'équilibre.

2- Déterminer une relation entre le volume émergé  $V_e$ , le volume totale  $V_t$  et les masses volumiques.

3- Calculer le volume  $V_t$  le rapport  $\frac{V_e}{V_t}$  et la masse  $m$  de l'iceberg

## Exercice 2 corrigé disponible

### Distribution d'eau à partir d'un château d'eau

La surface libre C de l'eau contenue dans un château d'eau est à une hauteur  $h = 60 \text{ m}$  du sol.

Un immeuble est alimenté par ce château d'eau. Le sol sur lequel sont construits l'immeuble et le château d'eau est horizontal (voir ci-contre figure 1).

A1 - Énoncer le principe fondamental de la statique des fluides.

A2 - Calculer l'écart entre la pression de l'eau au niveau d'un robinet A situé à  $15 \text{ m}$  de hauteur dans l'immeuble et la pression atmosphérique.

A3 - En déduire la pression  $p_a$  de l'eau au niveau du robinet .

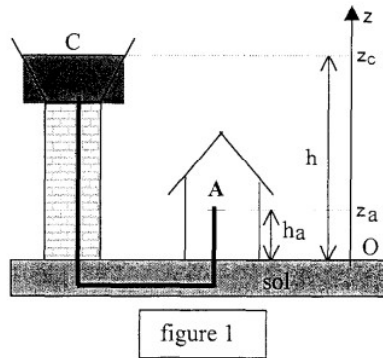
A4 - On ouvre le robinet A. La section S de la canalisation alimentant ce robinet est de  $1,13 \text{ cm}^2$ . En utilisant l'équation de Bernoulli entre les points C et A, calculer :

A4.1 - la vitesse d'écoulement dans la canalisation

A4.2 - le débit en  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  dans cette canalisation.

**Données :**  $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$   $\rho_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$   $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$   
 $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$

$S_a$  (section du robinet) est négligeable devant  $S_c$  (section du château d'eau)



## Exercice 3 corrigé disponible

On étudie l'écoulement de l'eau à travers un tube de Venturi vertical.

(Schéma ci-contre). On supposera le liquide comme parfait et le régime d'écoulement permanent.

1- Écrire l'équation de continuité et exprimer la relation littérale entre les vitesses moyennes  $v_A$ ,  $v_B$  et les diamètres  $D_A$  et  $D_B$ . Calculer  $v_A$  et  $v_B$ .

2- Appliquer la relation de Bernoulli entre A et B en précisant clairement la signification des différents termes.

Calculer  $\Delta p = p_A - p_B$

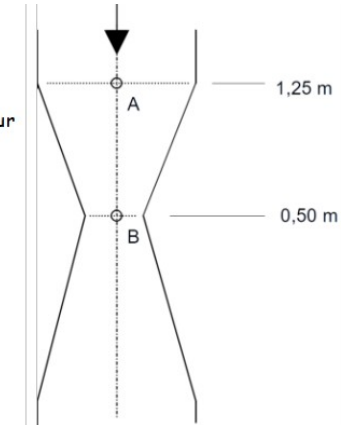
Données numériques :

Débit-volume :  $q_v = 200 \text{ L} / \text{s}$ .

$D_A = 30,0 \text{ cm}$ ,  $D_B = 15,0 \text{ cm}$ .

$\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

Les côtes  $Z_A$  et  $Z_B$  des points A et B sont indiquées sur le schéma.



## Exercice 4 corrigé disponible

Répondre par Vrai ou Faux :

Lors de la phase de décollage d'une fusée, un astronaute subit une accélération de  $5 \text{ g}$  (dans cette situation on peut négliger la perte de charge dans les vaisseaux).

On donne : hauteur du cerveau =  $1,8 \text{ m}$  ; hauteur du cœur =  $1,5 \text{ m}$  ; pression artérielle moyenne au niveau du cœur =  $13,3 \text{ kPa}$  ;  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ; considérer  $\rho = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

- en position allongée, perpendiculairement à la direction verticale de déplacement de la fusée, la pression artérielle au niveau du cerveau sera plus élevée que celle du cœur
- en position allongée, perpendiculairement à la direction verticale de déplacement de la fusée, la pression artérielle au niveau du cerveau sera identique à celle du cœur
- en position allongée, perpendiculairement à la direction verticale de déplacement de la fusée, la pression artérielle au niveau du cerveau sera moins élevée que celle du cœur
- en position verticale, parallèlement à la direction verticale de déplacement de la fusée, la pression au niveau du cerveau sera plus élevée que celle du cœur
- en conséquence les astronautes effectuent les décollages en position verticale pour ne pas risquer de perte de connaissance par diminution de pression artérielle cérébrale

### Exercice 5 corrigé disponible

Dans l'aorte, artère principale à la sortie du cœur considérée comme un tuyau de diamètre égal à 18 mm, le sang circule à la vitesse moyenne de  $50 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ .

L'aorte se divise en artères, puis en artérioles. Dans ces dernières, le sang circule à la vitesse de  $20 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ .

1. Calculer la surface totale de section des artérioles.

Les artérioles se divisent à nouveau en capillaires. Les capillaires ont une surface totale de section de  $4000 \text{ cm}^2$ .

2. Calculer la vitesse du sang dans un capillaire.

### Exercice 6 corrigé disponible

Répondre par Vrai ou Faux :

Dans un conduit horizontal rigide de diamètre = 2 cm circule un fluide, avec un écoulement permanent, de masse volumique de  $2000 \text{ kg/m}^3$  considéré comme parfait.

La vitesse de fluide dans le conduit est normalement de  $v_1 = 2 \text{ m/s}$  et la pression associée est de  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Ce conduit présente malheureusement une sténose qui réduit le diamètre de 50%. La vitesse dans le rétrécissement sera de :

- A. 8 m/s
- B. 16 m/s

La pression dans le rétrécissement sera de : C.

- 2,4 \*  $10^5 \text{ Pa}$ .
- D.  $1,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .
- E.  $1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

### Exercice 7 corrigé disponible

Répondre par Vrai ou Faux :

Dans un conduit horizontal rigide de diamètre  $d_1 = 2 \text{ m}$  circule un fluide parfait à la vitesse  $v_1 = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et la pression  $P_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Le conduit présente un rétrécissement de diamètre  $d_2 = 1 \text{ m}$ .

En supposant l'écoulement permanent :

- A. Le débit en  $d_1$  est de  $12,566 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
- B. Le débit en  $d_2$  est le même que le débit en  $d_1$
- C. La vitesse en  $d_2$  est le double de la vitesse en  $d_1$
- D. La pression en  $d_2$  est supérieure à  $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

### Exercice 8 corrigé disponible

Répondre par Vrai ou Faux :

Une valve aortique normale a une surface de  $3 \text{ cm}^2$ . La vitesse moyenne du sang traversant la valve aortique est de  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Pour des résistances artérielles constantes et une fréquence cardiaque de 60 battements par minute :

- A. Le volume de sang éjecté à chaque battement est de  $3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$
- B. Le débit cardiaque est de  $3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
- C. A débit constant, si la surface de la valve aortique diminue de moitié, la vitesse du sang qui traverse la valve double.
- D. Si la fréquence cardiaque augmente, la pression artérielle diminue.
- E. Si la surface de la valve aortique diminue, le débit cardiaque augmente.

### Exercice 9 corrigé disponible

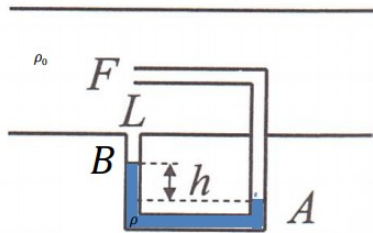
Le tube de Pitot est un instrument de vol réalisant la mesure de la vitesse d'un avion.

Dans cet exercice, nous utiliserons le référentiel de l'avion.



Cette sonde cylindrique baigne dans un écoulement d'air stationnaire. L'air est considéré comme étant une fluide parfait, de masse volumique  $\rho_0$  uniforme et de vitesse  $\vec{v}$  parallèle à l'axe de la sonde.

Cette sonde est également constituée par du mercure de masse volumique  $\rho$  selon le schéma suivant



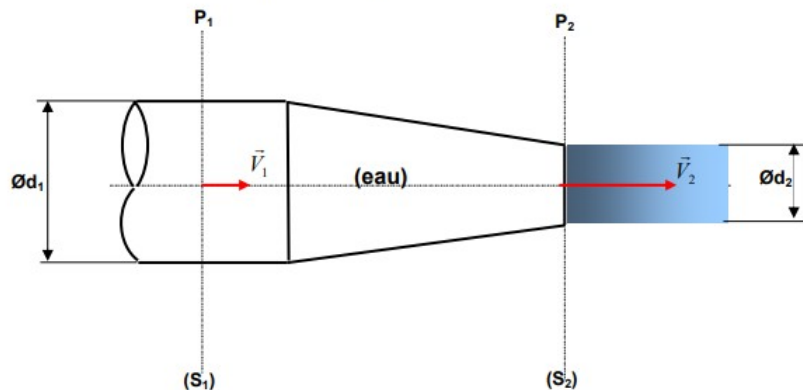
La sonde est munie d'une prise frontale (entrée F, point d'arrêt de vitesse nul) et d'une prise latérale (entrée L)

Document à l'échelle 1/5 -  $\rho_0 = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$   $\rho = 13000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$   $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

1. En appliquant le principe de la statique des fluides au système {mercure}, déterminer la variation de pression  $P_A - P_B$
2. En appliquant le théorème de Bernouilli au système {air}, déterminer la variation de pression  $P_A - P_B$
3. En déduire la vitesse de l'avion ?

### Exercice 10

La figure suivante représente une buse connectée à un tuyau dans lequel est acheminée de l'eau à une pression  $P_1 = 2,875 \text{ bar}$ .



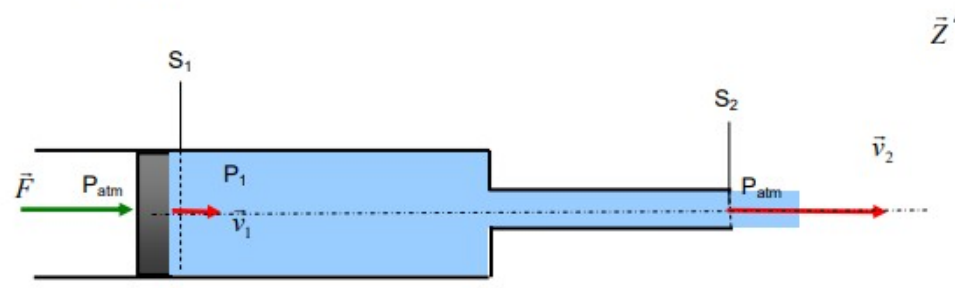
Le fluide subit un étranglement : sa section  $S_1$  de diamètre  $d_1 = 20 \text{ mm}$  est réduite à une section de sortie  $S_2$  de diamètre  $d_2 = 10 \text{ mm}$ .

On suppose que le fluide est parfait et la buse est dans une position horizontale.  
On donne la masse volumique de l'eau  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  et la pression de sortie  $P_2 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ .

- 1) Déterminer le rapport  $\frac{V_2}{V_1}$ .
- 2) En appliquant l'équation de Bernoulli, calculer la vitesse d'écoulement  $V_2$ .

### Exercice 11

La figure ci-dessous représente un piston qui se déplace sans frottement dans un cylindre de section  $S_1$  et de diamètre  $d_1 = 4 \text{ cm}$  rempli d'un fluide parfait de masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Le piston est poussé par une force  $\vec{F}$  d'intensité  $62,84 \text{ Newtons}$  à une vitesse  $\vec{V}_1$  constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section  $S_2$  et de diamètre  $d_2 = 1 \text{ cm}$  à une vitesse  $\vec{V}_2$  et une pression  $P_2 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ .



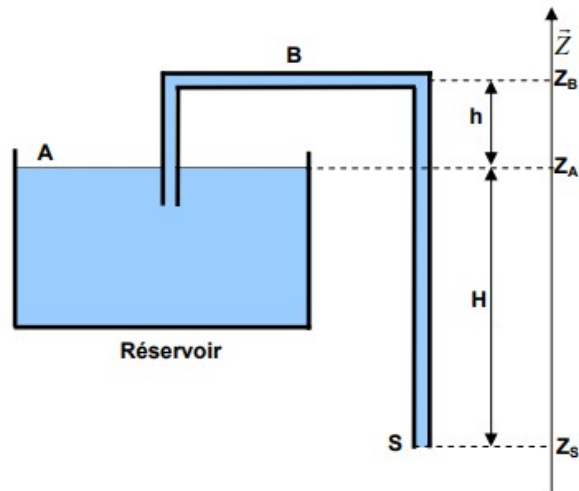
1. Déterminer la pression  $P_1$  du fluide au niveau de la section  $S_1$  en fonction de  $F$ ,  $P_{\text{atm}}$  et  $d_1$ .
2. Exprimer la vitesse  $V_1$  en fonction de  $V_2$ ,  $d_1$  et  $d_2$ .
3. En appliquant la relation de Bernoulli, déterminer l'expression de la vitesse d'écoulement  $V_2$ ; calculer  $V_2$ .
4. En déduire la valeur du débit volumique  $Q_v$

## Exercice 12

On considère un siphon de diamètre  $d=10$  mm alimenté par un réservoir d'essence de grandes dimensions par rapport à  $d$  et ouvert à l'atmosphère.

On suppose que :

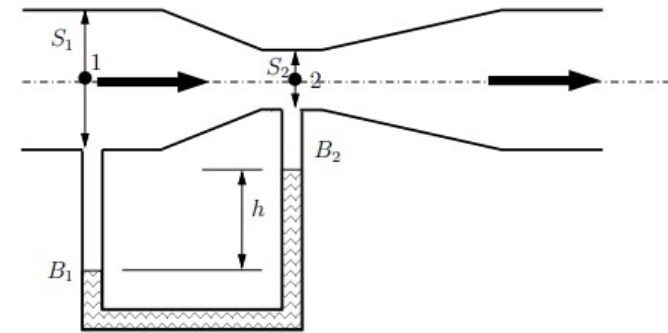
- le fluide est parfait.
- le niveau du fluide dans le réservoir varie lentement.
- l'accélération de la pesanteur  $g=9.81$  m.s<sup>-2</sup>.
- le poids volumique de l'essence:  $\varpi = 6896$  N/m<sup>3</sup>.
- $H=Z_A-Z_S=2,5$  m.



- 1) En appliquant le Théorème de Bernoulli entre les points A et S, calculer la vitesse d'écoulement  $V_S$  dans le siphon.
- 2) En déduire le débit volumique  $q_v$ .
- 3) Donner l'expression de la pression  $P_B$  au point B en fonction de  $h$ ,  $H$ ,  $\varpi$  et  $P_{atm}$ . Faire une application numérique pour  $h=0.4$  m.
- 4)  $h$  peut elle prendre n'importe quelle valeur ? Justifier votre réponse.

## Exercice 13

On considère le système suivant, appelé Venturi, composé d'un rétrécissement suivi d'un élargissement. Les points 1 et 2 sont branchés sur un tube en U contenant du mercure. Un fluide de masse volumique  $\rho$  traverse le système avec un débit volumique  $Q$ .



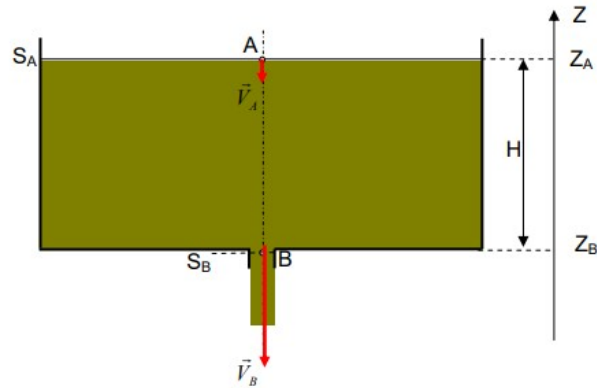
1. Exprimer la différence de pression entre les points 1 et 2, tout d'abord en fonction de la hauteur  $h$ , puis en fonction du débit  $Q$ . On rappelle que dans la direction transverse à un écoulement parallèle, la pression varie de façon hydrostatique.
2. En déduire une expression du débit  $Q$  en fonction de la différence de niveau  $h$  mesurée dans le tube en U.
3. Application numérique :  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_{Hg} = 13000$  kg/m<sup>3</sup>,  $h=10$  cm,  $D_1=1$  cm et  $D_2=5$  mm.

## Exercice 14

Un fluide parfait incompressible s'écoule d'un orifice circulaire situé sur le coté d'un réservoir avec un débit volumique  $q_v=0,4$  L/s. Le diamètre de l'orifice est  $d=10$  mm.

- 1) Déterminer la vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice.
- 2) Énoncer le théorème de Bernoulli.
- 3) A quelle distance de la surface libre se trouve l'orifice ?

## Exercice 15



Le réservoir cylindrique représenté ci-dessus, ouvert à l'air libre, a une section  $S_A$  de diamètre  $D_A = 2$  m. Il est muni, à sa base, d'un orifice de vidage de section  $S_B$  et de diamètre  $D_B = 14$  mm. Le réservoir est plein jusqu'à une hauteur  $H=(Z_A - Z_B)= 2,5$  m de fioul, liquide considéré comme fluide parfait, de masse volumique  $\rho= 817$  kg/m<sup>3</sup>.

On donne

- la pression atmosphérique  $P_{atm}= 1$  bar.
- l'accélération de la pesanteur  $g=9,8$  m/s<sup>2</sup>.

On note  $\alpha=(S_B/S_A)$

Partie 1 : L'orifice est fermé par un bouchon.

- 1) Déterminer la pression  $P_B$  au point B.
- 2) En déduire la valeur de la force de pression  $F_B$  qui s'exerce sur le bouchon.

Partie 2 : L'orifice est ouvert.

On procède à la vidange du réservoir. Le fioul s'écoule du réservoir. Sa vitesse moyenne d'écoulement au point A est notée  $V_A$ , et sa vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice est notée  $V_B$ .

1. Exprimer  $V_A$  en fonction de  $V_B$  et  $\alpha$ .
2. En appliquant le théorème de Bernoulli entre A et B, établir l'expression littérale de la vitesse  $V_B$  en fonction de  $g$ ,  $H$  et  $\alpha$ .
3. Calculer la valeur de  $\alpha$ . L'hypothèse de considérer un niveau  $H$  du fluide varie lentement est elle vraie ? Justifier votre réponse.
4. Calculer  $V_B$  en considérant l'hypothèse que  $\alpha \ll 1$ .
5. Déterminer le débit volumique  $Q_V$  du fluide qui s'écoule à travers l'orifice. (en litre par seconde)
6. Quelle serait la durée  $T$  du vidage si ce débit restait constant ?