Exercice n°3 :

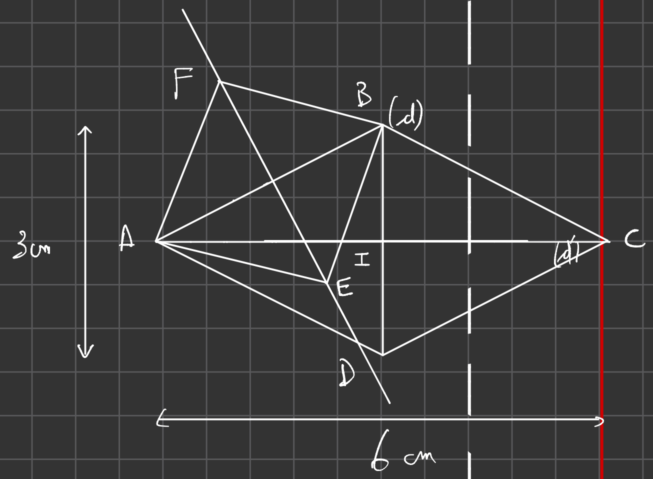
1) Le quadrilatère ABCD est un rectangle. Ainsi, les côtés opposés $\boxed{\text{(AD) et (BC) sont parallèles.}}$

Le quadrilatère ECGF est un rectangle. Ainsi, les côtés opposés $\boxed{\text{(BC) et (FG) sont parallèles.}}$

Or si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.

<u>Conclusion :</u> Les droites (AD) et (FG) sont donc parallèles entre elles.

2. D'une part, nous savons que (AB) est perpendiculaire à (CE).
D'autre part, nous savons que (EC) et (FG) sont parallèles.
Or si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Conclusion les droites (AB) et (FG) sont perpendiculaires.



Exercice 4 :

1. a. Les segments [AC] et [BD] sont les diagonales du losange ABCD.
b. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires. Or, (AC) et (BD) sont justement les diagonales du losange ABCD. Ainsi les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires.
c. Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu, donc, I est le milieu de [AC]. $AI = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3$ cm.

2. a. Les segments [AB] et [EF] sont des diagonales pour le carré AEBF
b. J est le point d'intersection des diagonales [AB] et [EF] du quadrilatère AEBF.
c. La droite (FE) est une droite perpendiculaire au segment [AB]

3) a)

3 côtés.

Polygones, triangles, quadrilatères

quatre côtés

I. Les polygones

plusieurs angles.

1. Définitions

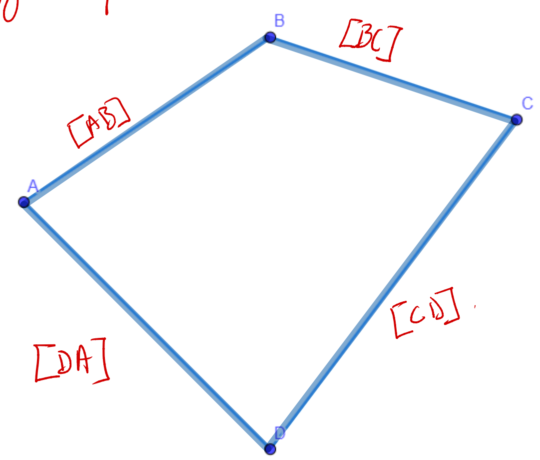
Un polygone est une figure fermée composée de plusieurs segments (au moins trois).

2. Vocabulaire

Cette figure n'est pas un polygone car elle n'est pas fermée.

polygone, quadrilatère.

ABCD.



A. Les côtés : Chaque segment qui compose ce polygone est un côté

Exemple : Les côtés du polygone ci-dessus sont les segments $[AB]$ $[BC]$ $[CD]$ et $[DA]$.

B. Les sommets : Les sommets d'un polygone sont les extrémités de ses côtés.

Exemple : Les points A ; B ; C et D sont les sommets de ce polygone car ce sont les extrémités de ses côtés.

C. Nommer un polygone : Pour nommer un polygone on cite tous les sommets dans l'ordre donné sur la figure, ou l'énoncé.

Exemple : On peut nommer le polygone ci-dessus : $ABCD$ ou $BADC\ldots$, mais on ne peut pas le nommer : $BACD$ ou $BDCA$.

D. Les diagonales : Les deux diagonales d'un polygone sont les segments dont les extrémités sont deux sommets non consécutifs (qui ne se suivent pas) de ce polygone.

Exemple : Les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont les diagonales de ce polygone.

E. Les côtés opposés : Deux côtés opposés d'un polygone sont deux côtés non consécutifs de ce polygone.

Exemple : Les deux segments $[AB]$ et $[DC]$ sont deux côtés opposés de ce polygone. De même, les segments $[AD]$ et $[BC]$ sont aussi deux côtés opposés.

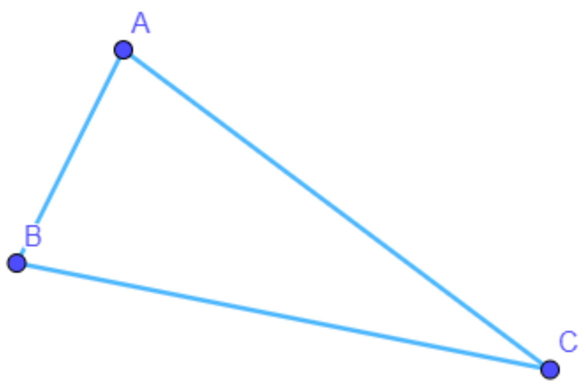
F. Quelques types de polygone :

- Un polygone qui a trois côtés est un triangle.
- Un polygone qui a quatre côtés est un quadrilatère.
- Un polygone qui a cinq côtés est un pentagone.
- Un polygone qui a six côtés est un hexagone.

II. Triangles

1. Définitions

Définition : Un triangle est un polygone qui a trois côtés.



1. Triangles particuliers.

a) Le triangle isocèle :

Définition : Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

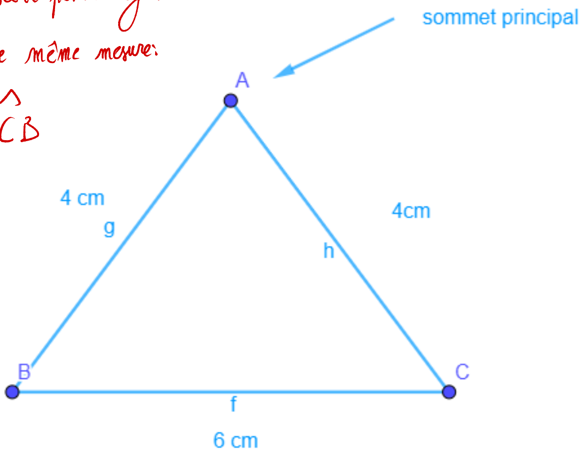
Exemple et méthode de construction : Tracer le triangle ABC isocèle en A (ou de sommet principal A) tel que : $AB = 4cm$ et $BC = 6cm$

A est le sommet du principal donc $AB = AC = 4cm$

La base du triangle isocèle est le côté opposé au sommet principal : dans notre exemple [BC] est la base

Le triangle isocèle possède également deux angles de même mesure.

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$



1) On trace un segment $[BC]$ de $6cm$ de longueur
2) On trace un arc de cercle de centre B et de rayon $4cm$
3) On trace un arc de cercle de centre C et de rayon $4cm$
4) A est le point d'intersection des deux arcs de cercle

b) Le triangle équilatéral :

Définition : Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

Exemple et méthode de construction :

Tracer le triangle EFG équilatéral tel que $EF = 4cm$

1) On trace un segment $[AB]$ de $4cm$ de longueur
2) On trace un arc de cercle de centre A et de rayon $4cm$
3) On trace un arc de cercle de centre B et de rayon $4cm$
4) C est le point d'intersection des deux arcs de cercle.

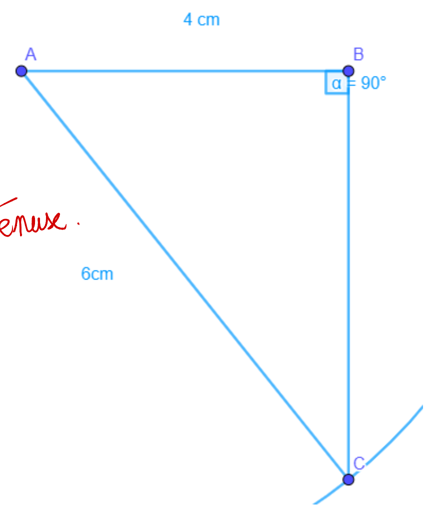
c) Le triangle rectangle

Définition : Un triangle rectangle est un triangle qui a deux côtés perpendiculaires.

Exemple et méthode de construction :

Tracer le triangle $[ABC]$ rectangle en B tel que $AB = 4cm$ et $AC = 6cm$.

hypoténuse.



1) On trace le segment $[AB]$ de longueur $4cm$
2) On trace la demi-droite passant par le point B et perpendiculaire au segment $[AB]$
3) On trace un arc de cercle de centre A et de rayon $6cm$
4) Le point d'intersection de la demi-droite et de l'arc de cercle est le point C.

L'hypoténuse d'un triangle rectangle :

Définition : L'hypoténuse d'un triangle rectangle, est le côté opposé à l'angle droit.

Exemple : Tracer en rouge l'hypoténuse du triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 3cm$ et $BC = 5cm$

Remarque : Un triangle peut être à la fois isocèle et rectangle, dans ce cas le sommet principal est aussi le sommet de l'angle droit.

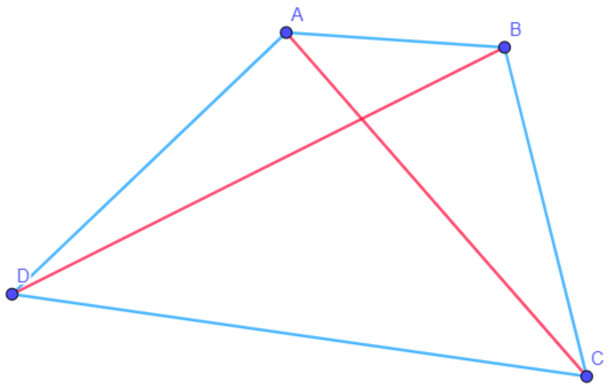
Exemple : Tracer le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que $AB = 4cm$ et $BC = 4cm$

III. Quadrilatère

1. Définitions

Un quadrilatère est un polygone qui a quatre côtés

Exemple : Un quadrilatère est un polygone qui a quatre côtés.



Un quadrilatère a :

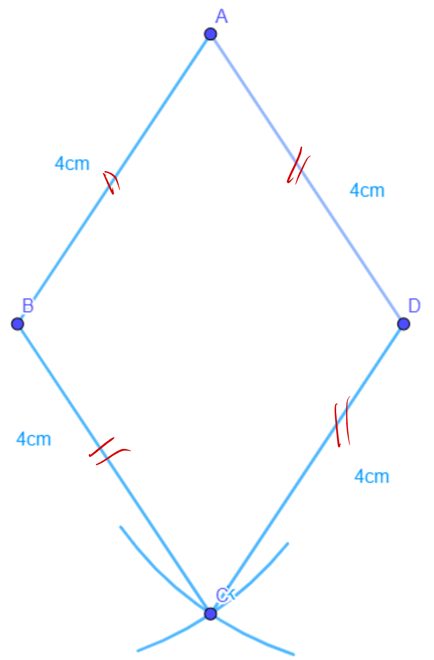
- Quatre côtés : les segments $[AB]$ $[BC]$ $[CD]$ et $[DA]$
- Quatre sommets : les points A, B, C et D
- Deux diagonales : Les segments $[AC]$ et $[BD]$
- Les côtés $[AB]$ et $[BD]$ sont consécutifs
- Les côtés $[AB]$ et $[CD]$ sont opposés.
- Les angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{BCD}$ sont opposés.

2. Les quadrilatères particuliers

a) Le losange

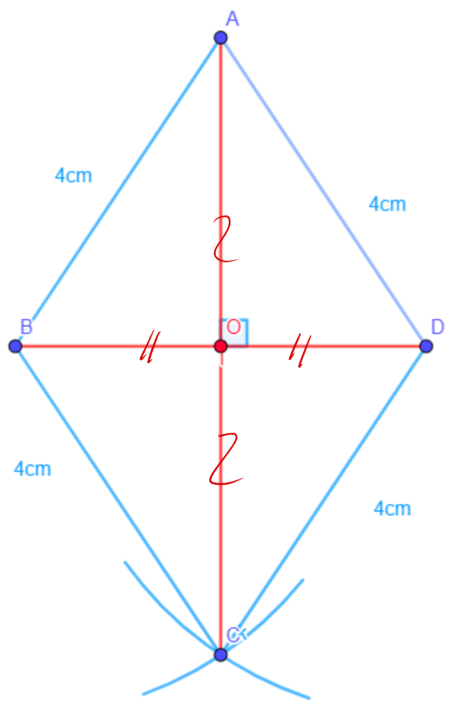
Définition : Le losange est un quadrilatère qui a les quatre côtés de même longueur.

Exemple : La longueur des côtés du losange $ABCD$ ci-dessous est de $4cm$.



Remarque : Le losange est un cerf-volant particulier.

Propriétés : Les diagonales du losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu :



$(AC) \perp (BD)$

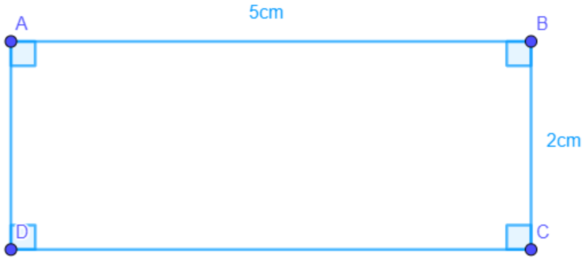
$$OA = OC \text{ et}$$

$$OB = OD$$

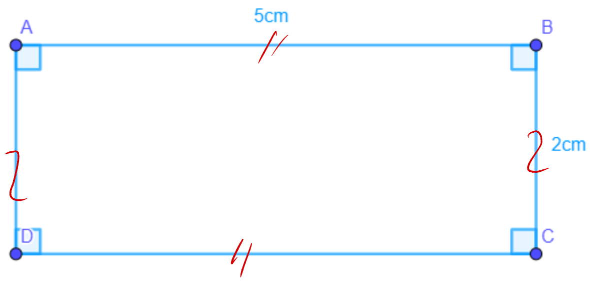
b) Le rectangle

Définition : Le rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits.

Exemple : Le rectangle $ABCD$ ci-dessous a une longueur de $5cm$ et une largeur de $2cm$



Propriété 1 : Les côtés opposés d'un rectangle sont parallèles et on la même longueur.



Dans l'exemple ci-contre on a :

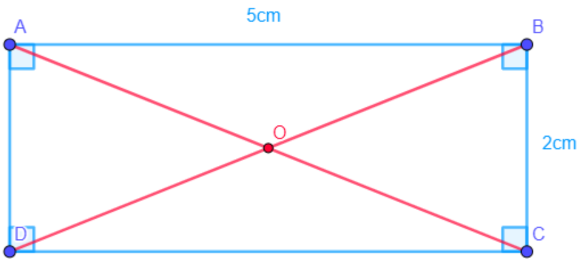
$$AB = DC = 5cm$$

$$AD = BC = 2cm$$

$$(AB)//(DC) \text{ et}$$

$$(AD)//(BC)$$

Propriété 2 : Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et se coupent en leur milieu.



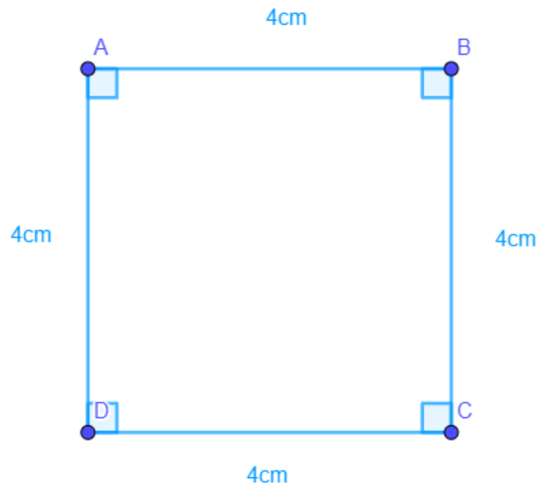
$$OA = OB = OC = OD$$

c) Le carré

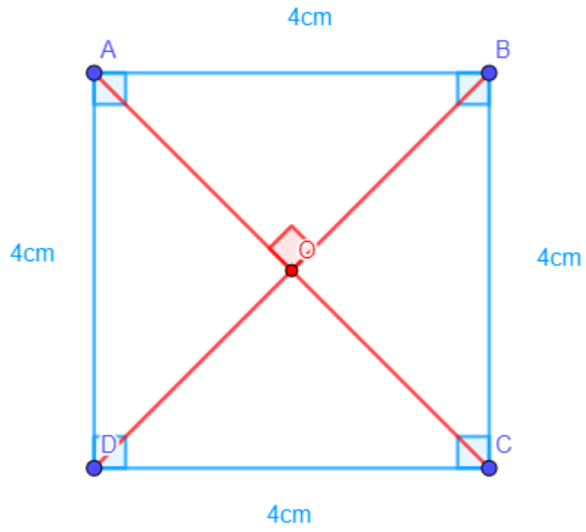
polygône qui a 4 côtés

Définition : Le carré est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur

Exemple : Tracer le carré $ABCD$ dont les côtés mesurent $4cm$ Trace le carré de côté 4 cm.



Propriété : Les diagonales du carré sont perpendiculaires se coupent en leur milieu et ont la même longueur :



$$(OA) \perp (OB)$$

$$OA = OB = OC = OD$$

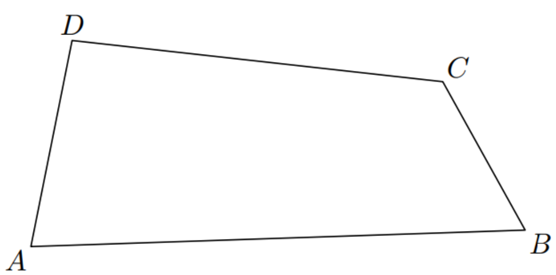
Remarque :

- Le carré est un rectangle particulier car il a ses quatre angles droits.
- Le carré est aussi un losange particulier car il a ses quatre côtés de même longueur.
- Le carré est par conséquent, un cerf-volant particulier.

IV. Exercices

Exercices 1

On considère le quadrilatère $ABCD$ ci-dessous :



1) Que représente le segment $[DC]$ pour ce quadrilatère ?
2) Que représente le segment $[BD]$ pour le quadrilatère $ABCD$?
3) Que représente le couple de segments $[AD]$ et $[BC]$ pour $ABCD$?
4) Citer un couple de côtés consécutifs.

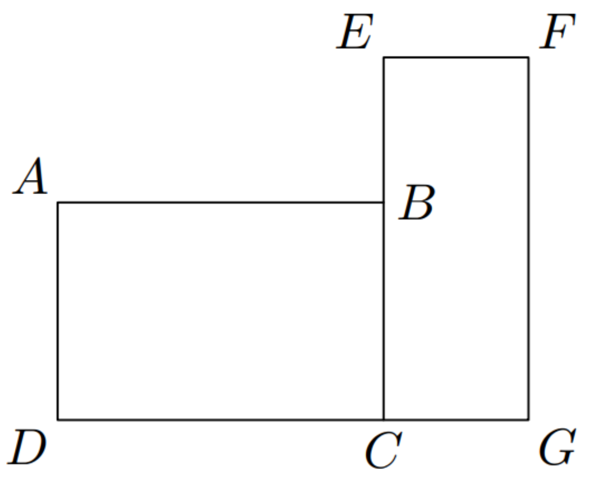
Exercices 2

Parmi le losange, le rectangle et le carré :

1) Quels quadrilatères ont ses diagonales perpendiculaires ?
2) Quels quadrilatères ont ses côtés opposés parallèles ?
3) Quels quadrilatères ont ses diagonales de même longueur.
4) Quels quadrilatères ont ses diagonales qui se coupent en leurs milieux ?

Exercices 3

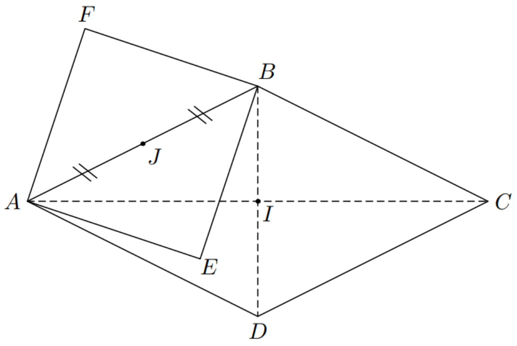
On considère dans le plan de la figure ci-dessus, qui est constituée de deux rectangles $ABCD$ et $EFGC$.



1) Que peut-on dire des droites (AD) et (FG) ? Justifier votre réponse à l'aide des propriétés des rectangles et d'un théorème.
2) Que peut-on dire des droites (AB) et (FG) ? Justifier votre réponse à l'aide des propriétés des rectangles et d'un théorème.

Exercices 4

On considère la figure ci-dessous :



Où :

- Le quadrilatères $ABCD$ est un losange de centre I tel que : $AB = 6cm$; $BD = 3cm$
- Notons J le milieu du segment $[AB]$. Les points E et F sont tels que le quadrilatère $AEBF$ est un carré.

1) a. Comment s'appelle les segments $[AC]$ et $[BD]$ pour le losange $ABCD$?
b. Que peut-on dire des droites (AC) et (BD) ?
c. On note I le point d'intersection des droites (BD) et (AC). Donner la mesure du segment $[IC]$?

2) a. Comment s'appelle les segments $[AB]$ et $[EF]$ pour le carré $AFBE$?
b. Que représente le point J pour le carré $AFBE$?
c. Que représente la droite (FE) pour le segment $[AB]$?

3) Le but de cette question est de reproduire l'ensemble de cette figure :
a. Tracer deux droites (d) et (d') perpendiculaires ; nommer I le point d'intersection de ces deux droites.
b. Placer les points A, B, C, D pour réaliser le losange $ABCD$ avec les dimensions requises.
c. A l'aide du compas, tracer la médiatrice du segment $[AB]$; nommer J le millieu du segment $[AB]$
d. Placer les points E et F sur cette médiatrice afin de tracer le carré $AEDF$ aux dimensions requises.

Exercices 5

1) a. Tracer un cercle L de centre O et de rayon $4cm$ et un cercle L' de centre O' et de diamètre $7cm$ tels que ces deux cercles se coupent en deux points E et F.
b. Que peut-on dire du triangle OEF ?

2) a. Faîtes de même avec deux cercles de rayon $5cm$.
b. Que peut-on dire quelle est la nature du quadrilatère $OEO'F$

Exercices 6

Dans chaque cas, construire le rectangle $ABCD$ en respectant les indications données :

1) $AB = 5cm$ et $AC = 6cm$
2) $AB = 4cm$ et $BD = 8cm$

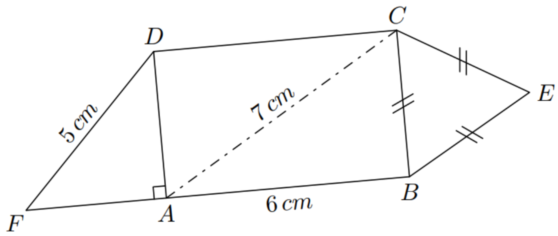
Exercices 7

Tracer les quadrilatères suivants :

1) $ACBD$ est un rectangle tel que : $AC = 5cm$
2) EFGH est un rectangle tel que : $EF = 5cm$; $FH = 6cm$
3) $IJKL$ est un losange tel que : $KI = 2cm$; $JL = 8cm$
4) $MNOP$ est un losange tel que : $MO = 8cm$; $MN = 4,5cm$

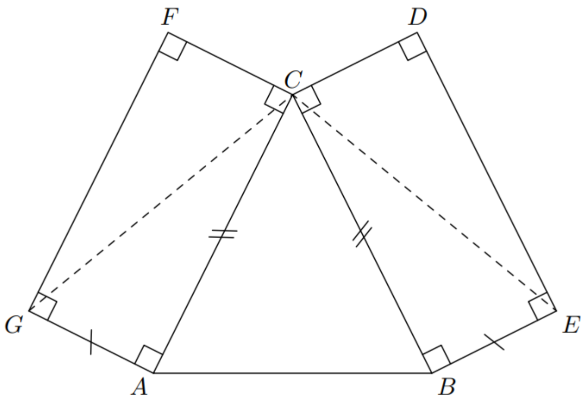
Exercices 8

Reproduire la figure ci-dessous en vraie grandeur :



Exercices 9

On considère la figure ci-dessous :



1) Donner la nature du triangle ABC et du quadrilatère $CBED$. Justifier vos réponses.
2) a. Justifier que les deux segments $[FC]$ et $[CD]$ sont de même longueur.
   b. Préciser la nature du triangle FCD.
3) Justifier que le triangle CEG est isocèle en C.

Exercices 10

Effectuer le programme tracé ci-dessous :

1) Tracer le losange $ABCD$ ayant les mesures suivantes : $AC = 8cm$; $BD = 5cm$
2) a. Nommer O le point d'intersection des diagonales.
   b. Placer le point E tel que $OCED$ soit un rectangle.
3) Placer les points F et G de sorte que AFBG soit un carré.

Exercices 11

Soit D, E, R, Z quatre points fixés dans le plan. Parmi les noms de quadrilatères ci-dessous, donner les noms représentants également le quadrilatère $ZDER$:

1) $DERZ$	2) $REDZ$	3) $RDEZ$
4) $DZER$	5) $EDZR$	6) $RZED$
7) $REZD$	8) $ERDZ$	9) $ZEDR$
10) $ZRED$		

Exercices 12

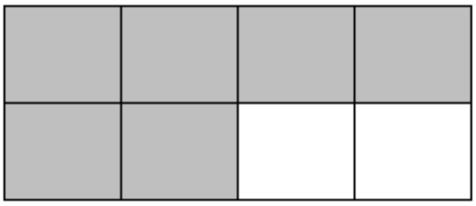
Effectuer le programme de tracé suivant :

1) Tracer le triangle ABC vérifiant les mesures suivantes :
   $AB = 7cm$; $AC = 4cm$; $BC = 8{,}5cm$
2) Tracer sur la figure précédente, le rectangle $CAFD$ tel que $AG = 6cm$.
3) Compléter le dessin en traçant le carré $ADBE$.

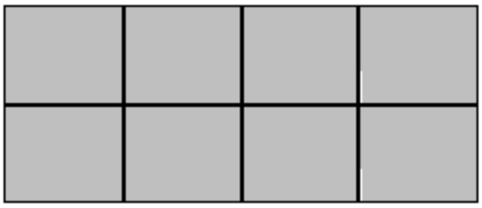
Les Fractions

I. Partages

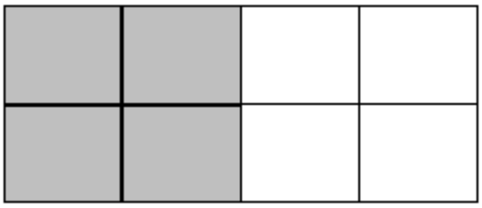
On partage un gâteau en huit parts égales. La partie coloriée représente :



Les $\frac{6}{8}$ du gâteau



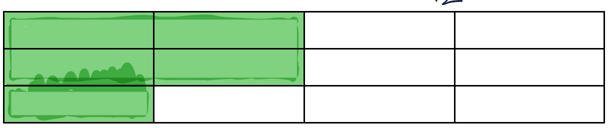
Les $\frac{8}{8}$ du gâteau

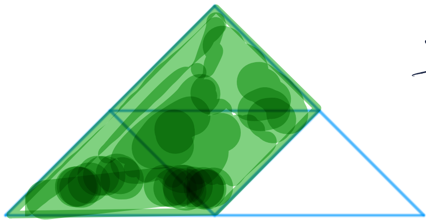


Les $\frac{4}{8}$ du gâteau

Colorier les $\frac{5}{12}$ du rectangle ; les $\frac{3}{4}$ du triangle et $\frac{1}{6}$ du segment.

$\frac{5}{12}$





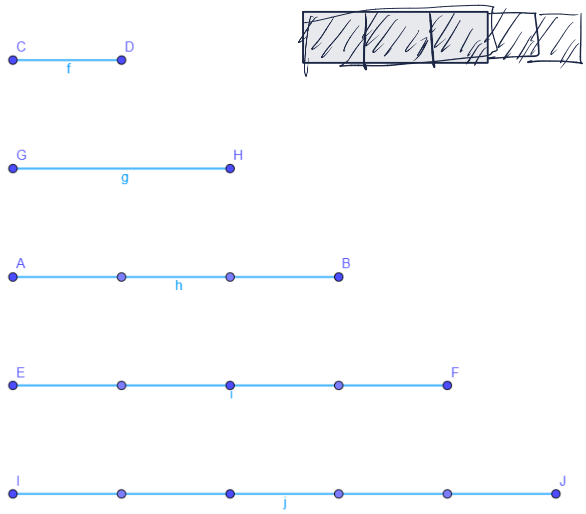
$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{6}$

$[AB]$ est un segment partagé en trois parties égales :

Compléter :

$\frac{5}{3}$



$CD = \frac{1}{3} AB$

$GH = \frac{2}{3} AB$

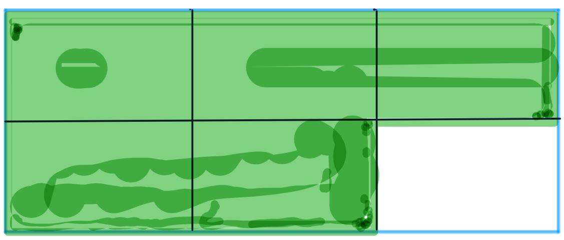
$AB = \frac{3}{3} AB$

$EF = \frac{4}{3} AB$

$IJ = \frac{5}{3} AB$

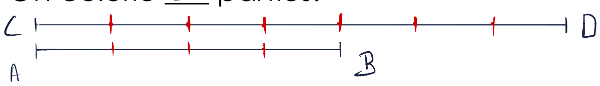
Méthode : Représenter une fraction $\frac{a}{b}$ d'une figure, c'est partager cette figure en b parties égales et représenter a.

Exemples : a) Un rectangle de $4cm$ sur $3cm$. Colorier les $\frac{5}{6}$ de ce rectangle :



On partage le rectangle en 6 parties égales.

On colorie 5 parties.



b) Tracer un segment $[AB]$ mesurant $4cm$ puis tracer un segment $[CD]$ dont la largeur vaut les $\frac{7}{4}$ de la longueur du segment $[AB]$.

On partage le segment$[AB]$ en 4 parties égales.

On représente 7 parties (on est donc obliger de « rallonger » le segment $[AB]$)

II. Ecriture fractionnaire d'un quotient

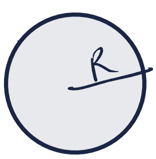
Définition : a et b sont deux nombres, et b n'est pas égal à zéro.

Le quotient exact de a par b se note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

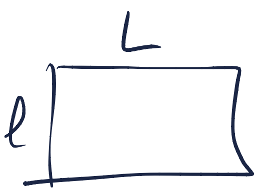
$\frac{a}{b}$ est l'écriture fractionnaire du quotient de a par b

Vocabulaire : Si a et b sont des nombres entiers, $\frac{a}{b}$ est une fraction.

$\frac{2}{3}$ $\frac{2,3}{3,8}$



$2 \times \pi \times R$



$l \times L$.

Exemples :

1. $\frac{8}{5}$ est une écriture fractionnaire du quotient de 8 par 5.

   $\frac{8}{5}$ est une fraction (car 8 et 5 sont des entiers naturels).

   $\frac{8}{5} = 1,6$

2. $\frac{2,7}{0,3}$ est une écriture fractionnaire du quotient de 2,7 par 0,3.

   $\frac{2,7}{0,3}$ n'est pas une fraction.

   $\frac{2,7}{0,3} = 9$

3. $\frac{2}{3}$ est une fraction du quotient de 2 par 3.

Si on calcule, $2 : 3$, la division, ne tombe pas juste. Le quotient de 2 par 3 n'a pas d'écriture. Dans ce cas, on utilise une écriture fractionnaire pour désigner une valeur exacte du quotient :

$$2 : 3 = \frac{2}{3}$$

Si on veut calculer le nombre $\frac{2}{3}$, on obtient une valeur approchée.

Exemple : $\frac{2}{3} \approx 0,66$ (valeur tronquée au centième)

$\frac{2}{3} \approx 0,7$ (valeur arrondie au dixième)

$0 < \frac{2}{3} < 1$ encadrement.

$0,6 < \frac{2}{3} < 1$ encadrement.

$0,66 < \frac{2}{3} < 0,67$ encadrement.

$\frac{8}{2}$ $\frac{2}{3} < 1$

$\frac{3}{2} > 1$

$\frac{8\times2}{5\times2} = \frac{16}{10}$ $\frac{18}{12} = \frac{3\times\cancel{6}}{2\times\cancel{6}} = \frac{3}{2}$

Simplifiez la fraction suivante :

$\frac{15}{25} = \frac{\cancel{5}\times3}{\cancel{5}\times5} = \frac{3}{5}$

III. Egalité de deux quotients

Propriété (admise) : Le quotient $\frac{a}{b}$ de deux nombres ne change pas si on multiplie (ou on divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre différent de zéro.

Cette propriété sert à transformer des écritures fractionnaires en fractions ou à simplifier des fractions. $\frac{2}{5} = \frac{2\times3}{5\times3} = \frac{6}{15}$ $\frac{28}{49} = \frac{4\times\cancel{7}}{7\times\cancel{7}} = \frac{4}{7}$

Exemple 1 : Ecrire une fraction égale à $\frac{0{,}2}{3}$ $= \frac{0{,}2\times5}{3\times5} = \frac{1}{15}$

Exemple 2 : Simplifier la fraction $\frac{132}{110}$ (Fraction irréductible).

Simplifier une fraction, c'est la remplacer par une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

IV. Egalité de deux quotients

Règle : Calculer $\frac{a}{b}$ d'un nombre c, c'est multiplier le nombre c par la fraction $\frac{a}{b}$.

Exemple : Une personne dispose de 915 euros. Elle dépense les $\frac{2}{5}$ de cette somme. Combien a-t-elle dépensé ?

Il y a trois méthodes possibles :

Pour multiplier un nombre par $\frac{a}{b}$ on peut :	Exemple :
. multiplier ce nombre par a, puis diviser le résultat b.	
. ou diviser ce nombre par b, puis multiplier le résultat par a.	
. ou multiplier ce nombre par le résultat de la division de a par b.	

Conclusion : Cette personne a dépensé______________.

Remarque : Les méthodes 2 et 3 ne sont pas toujours utilisables.

V. Exercices

Exercices 1

Par un calcul mental, effectuer les opérations suivantes :

$27 : 3 = 9$	$34 : 2 = 17$	$35 : 7 = 5$
$24 : 6 = 4$	$81 : 9 = 9$	$66 : 3 = 22$
$56 : 8 = 7$	$32 : 8 = 4$	$32 : 4 = 8$

Exercices 2

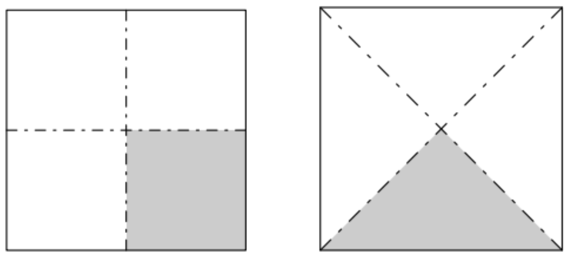
Ecrire en toute lettre les fractions suivantes :

$\frac{1}{3}$	
$\frac{5}{2}$	
$\frac{7}{8}$	
$\frac{6}{4}$	

Exercices 3

Déterminer la valeur des parts demandées :

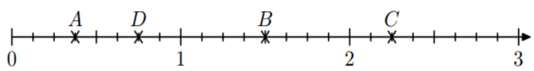
1. Le quart de $100kg$
2. Les deux tiers de 60€



Comparer l'aire de ces deux parties grisées. Justifier votre réponse.

Exercices 4

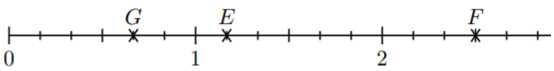
1. On considère la droite graduée ci-dessous :



Chaque unité a été divisée en 8 parties égales :

a. Justifier que l'abscisse du point D est $\frac{3}{4}$
b. Exprimer les abscisses A, B, C à l'aide de fractions.
c. Donner une fraction représentant la distance BD.

2. On considère désormais la droite graduée ci-dessous :



a. Pour cette droite graduée, combien de parts égales constituent une unité.
b. Exprimer les abscises des points E, F, G à l'aide de fractions.

Exercices 5

Lors d'un trajet, un automobiliste estime sa consommation aux deux septièmes de son réservoir.

La capacité de son réservoir est de $59l$

1. Laquelle des expressions ci-dessous donne la consommation durant ce trajet ?

a. $\frac{52}{2}$ b. $\frac{118}{7}$ c. $\frac{57}{7}$ d. $\frac{59}{14}$

2. En posant votre opération, donner la valeur par excès de la consommation au décilitre près.

Exercices 6

1. Répondre aux questions suivantes en donnant le nombre correspondant en écriture fractionnaire :

a. Quel est le nombre qui, multiplié par 2, donne 3 ?
b. Quel est le nombre qui, multiplié par 5, vaut 4 ?
c. Quel est le nombre qui, multiplié par 6, vaut 3 ?
d. Quel est le nombre qui, multiplié par 7, vaut 1 ?

2. Parmi les nombres obtenus, à la question 1. , lesquels admettent une écriture décimale ?

Exercices 7

Donner les valeurs décimales des fractions suivantes :

a. $\frac{12}{100}$ b. $\frac{3{,}2}{10}$ = 0,32 c. $\frac{132}{100}$ = 1,32

0,12

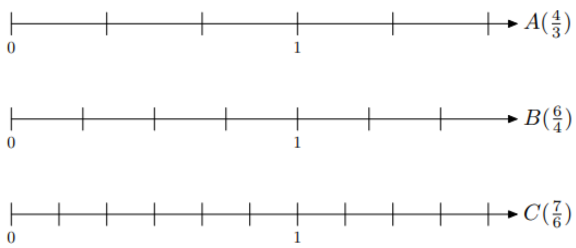
Exercices 8

Effectuer les divisions suivantes :

$5{,}4 \div 0{,}1$ = 54 $12 \div 0{,}01$ = 12×100 = 1200 $0{,}32 \div 0{,}1$ 32
$710{,}4 \div 0{,}001$ = 710400 $0{,}1 \div 0{,}1$ = 1 $57 \div 0;001$ = 57 000

Exercices 9

1. Pour chaque droite graduée, placer le point indiqué sur la droite en respectant l'abscisse précisé.



Exercices 10

Par un calcul mental, déterminer la valeur de chacune des parts ci-dessous :

a. Le tiers de 69
b. Les trois quarts de 120
c. Les huit cinquièmes de 35
d. La moitié de 162

Exercices 11

En écrivant vos calculs, déterminer le nombre de minutes de chacune des durées suivantes :