plus de bonnes notes

$\bar{\bar{A}} = A$ $\quad P(A) = 1 - P(\bar{A})$ $\quad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Dimanche 09 juin 2024. Seconde GT mathématiques.

Exercice n° 5.

1) Soit X la variable aléatoire associée au nombre obtenu ;

$X = k$	$X = 1$	$X = 2$	$X = 3$	$X = 4$	$X = 5$
$P(X = k)$	$\frac{4}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{5}{20}$

$$P(A) = P(X=2) + P(X=4) = \frac{6}{20} + \frac{3}{20} = \frac{9}{20}.$$

$$P(B) = P(X=4) + P(X=5).$$
$$= \frac{3}{20} + \frac{5}{20} = \frac{8}{20}.$$

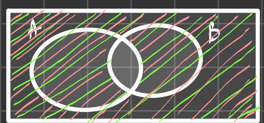
2) $A \cap B$: Le nombre obtenu est paire et strictement supérieur à 3

$A \cup B$: Le nombre obtenu est paire ou strictement supérieur à 3.

$\bar{A}$: le nombre obtenu n'est pas paire.

$\bar{B}$: le nombre obtenu est inférieur ou égal à 3.

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$: le nombre obtenu n'est paire ou inférieur ou égal à 3.



$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$: le nombre obtenu n'est pas paire et inférieur ou égal à 3.

3) $P(A \cap B) = \frac{3}{20}.$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{9}{20} + \frac{8}{20} - \frac{3}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}.$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{8}{20} = \frac{12}{20}$$

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20}.$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}.$$

Exercice 6.

2) a) L'univers peut être décrit comme les adhérents jeunes ou adultes.

b) $P(A) = \frac{297}{900}$ $\qquad P(C) = \frac{330}{900}.$

c) $\bar{A}$: l'adhérent choisi est jeune.

$A \cap C$: l'adhérent choisi est adulte et fait de la compétition.

$A \cup C$; l'adhérent choisi est un adulte ou fait de la compétition.

d) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{297}{900} = \frac{603}{900}.$

$P(A \cap C) = \frac{63}{900}.$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C).$$
$$= \frac{297}{900} + \frac{330}{900} - \frac{63}{900} = \frac{564}{900}.$$

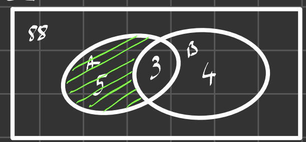
3) $P_A(C) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{63}{297}.$

$P_C(A) = \frac{P(C \cap A)}{P(C)} = \frac{63}{330}.$

Exercice n° 8.

1) L'article choisi possède au moins 1 défaut.

Ω



D'après le diagramme de Venn, on a $P(A \cap B) = 0{,}03$.

D'après le diagramme de Venn, on a $P(A \cap \bar{B}) = 0{,}05$.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$

Exercice n° 9 :

2. $P(E) = P(A_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap B_2) + P(C_1 \cap C_2)$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} + \frac{2}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{14} + \frac{\cancel{12}\,4}{\cancel{15}\,5} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{14}\,7}.$$

$$= \frac{2}{21} + \frac{1 \times 3}{7 \times 3} + \frac{2}{35}.$$

$$= \frac{2}{21} + \frac{3}{21} + \frac{2}{35}$$

$$= \frac{5 \times 5}{21 \times 5} + \frac{2 \times 3}{35 \times 3} = \frac{25 + 6}{105} = \frac{31}{105}.$$

$$\boxed{P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

Formule des probabilités conditionnelles !

Formule de Bayes.

A : Adultes. $\qquad$ B : avoir son permis.

$\bar{A}$: Jeunes $\qquad$ $\bar{B}$: ne pas l'avoir.

	B	$\bar{B}$	Totaux.
A	6	44	50
$\bar{A}$	6	64	70
Totaux	12	108	120

$$P_B(A) = \frac{6}{12} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(F) = P(A \cap B) + P(B) + P(C \cap B).$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} + \frac{2}{5} + \frac{4}{15} \times \frac{6}{14}$$
$$= \frac{23}{35}$$

$$P(G) = P(B_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap C_2) + P(C_1 \cap B_2) + P(C_1 \cap C_2)$$
$$= \frac{2}{5} \times \frac{5}{14} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{7} + \frac{4}{15} \times \frac{6}{14} + \frac{4}{15} \times \frac{3}{14}$$
$$= \frac{3}{7}.$$

Exercice 2 **5 points**

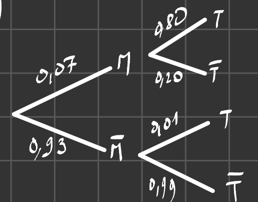
Commun à tous les candidats

Un test est mis au point pour détecter une maladie dans un pays.
Selon les autorités sanitaires de ce pays, 7 % des habitants sont infectés par cette maladie.
Parmi les individus infectés, 20 % sont déclarés négatifs.
Parmi les individus sains, 1 % sont déclarés positifs.
Une personne est choisie au hasard dans la population.
On note : $\bar{M}$

- M l'évènement : « la personne est infectée par la maladie » ;
- T l'évènement : « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.
2. a. Quelle est la probabilité pour que la personne soit infectée par la maladie et que son test soit positif ?
   b. Montrer que la probabilité que son test soit positif est de 0,0653.
3. On sait que le test de la personne choisie est positif.
   Quelle est la probabilité qu'elle soit infectée ?
   On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.

1)



2) a) $P(M \cap T)$
$$= P(M) \times P_M(T)$$
$$= 0{,}07 \times 0{,}80$$
$$= 0{,}056.$$

b) $P(T) = P(M \cap T) + P(\bar{M} \cap T).$

$P(T) = 0{,}07 \times 0{,}80 + 0{,}93 \times 0{,}01$

$P(T) = 0{,}0653.$

3) On sait que le test est positif. Quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

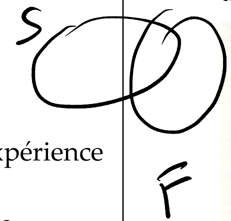
$$P_T(M) = \frac{P(T \cap M)}{P(T)}$$

$$P_T(M) = \frac{0{,}056}{0{,}0653} = 85\%.$$

Probabilités – Fiche de cours

1. Expérience aléatoire

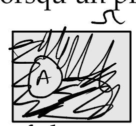
Une expérience aléatoire est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat. Elle dépend uniquement du hasard.
L'univers Ω est constitué par toutes les issues possibles.



2. Evénement

On appelle événement une condition qui peut être réalisée lors d'une expérience aléatoire

- événement élémentaire : événement réalisé par une seule issue possible
- événement impossible : événement qui ne peut pas être réalisé
- événement certain : événement qui est toujours réalisé
- événements incompatibles : 2 événements qui ne peuvent pas se produire en même temps
- événement contraire : événement qui se réalise lorsqu'un premier événement n'est pas réalisé



3. Notion de probabilité

La probabilité p est interprétée comme la fréquence f obtenue pour un grand nombre de réalisations d'un événement.

$$p(A)=\frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre total de cas}}$$

- équiprobabilité

Lorsque les n issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on parle d'équiprobabilité :

$$p=\frac{1}{n}$$

4. Propriétés

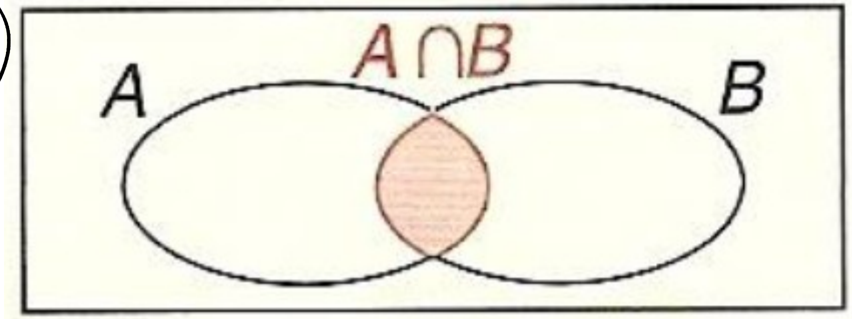
- une probabilité p est un nombre compris entre 0 et 1 : $0\leq p\leq 1$
- la somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1 :

$$p_1+p_2+\ldots+p_n=1$$

- $P(\Omega)=1$; $P(\varnothing=0)$; $P(\bar{A})=1-P(A)$

5. Opérations sur les événements

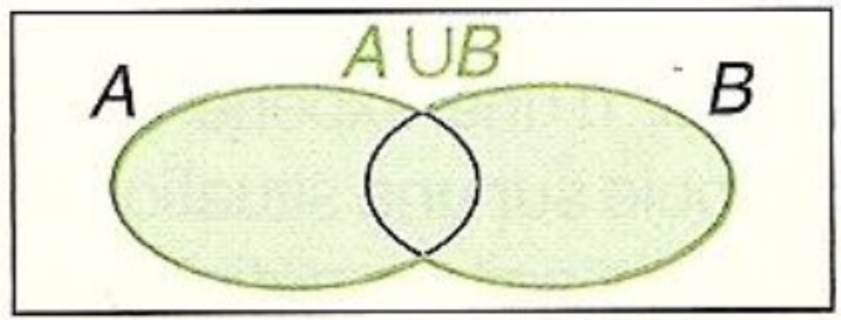
a. Intersection d'événements



La probabilité de l'intersection de 2 événements A et B est notée :

$$P(A\cap B)$$

b.Union d'événements



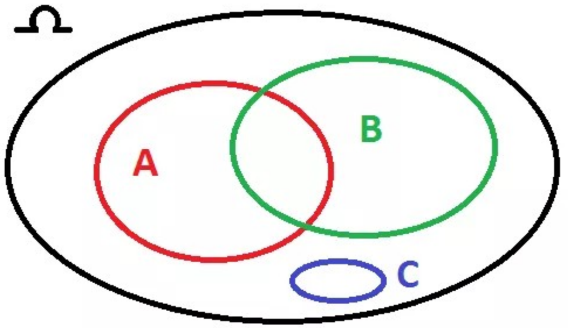
La probabilité de l'union de 2 événements A et B est notée :

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

6. Outil de description

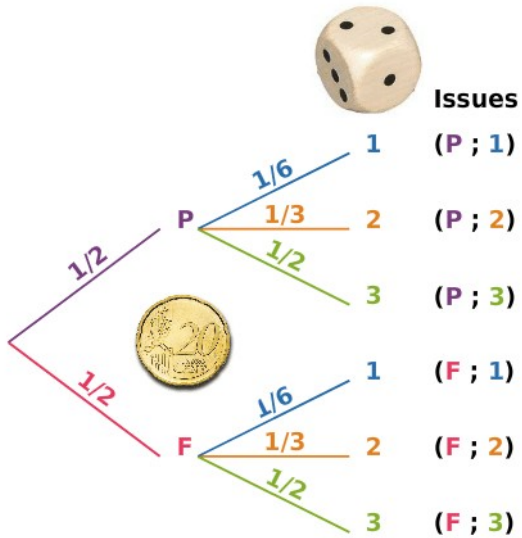
a. Diagramme de Venn

Il s'agit d'un diagramme de théorie des ensembles qui répertorie les cas possibles liés à des effectifs



b. Arbre de probabilité

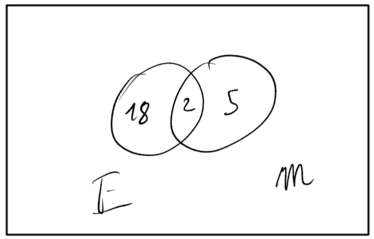
Il s'agit d'un outil de description qui peut être adapté selon les cas

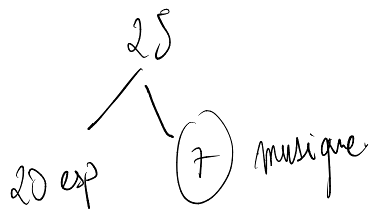


c. Tableau à double entrée

Il s'agit d'un outil de description qui peut être adapté selon les cas

	Filles	Garçons	Total
Anglais L.V.1			
Espagnol L.V.1			
Total			





Probabilités – Exercices - Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Dans une classe de 30 élèves, 20 étudient l'anglais et 15 l'espagnol. 8 étudient les deux langues.
Pour un élève donné, on note A l'événement : « l'élève étudie l'anglais » et E l'événement : « l'élève étudie l'espagnol ».

1) Que représente l'événement $A \cap E$?
2) Que représente l'événement $A \cup E$?
3) Combien d'élèves n'apprennent ni l'anglais ni l'espagnol ?
4) Quel est l'événement contraire de A ?

Exercice 2 corrigé disponible

Un sac contient des jetons carrés ou ronds, de couleur verte, bleue ou noire.
Il y a 10 jetons verts dont 4 carrés; 10 des 12 jetons bleus sont carrés; 14 des 18 jetons noirs sont ronds.

1) Utiliser un arbre ou un tableau pour donner le nombre de jetons de chaque sorte.
2) On tire un jeton au hasard : on suppose qu'il y a équiprobabilité. Soit A l'événement : « le jeton est vert », B l'événement : « le jeton est carré » et C l'événement : « le jeton est carré et n'est pas bleu ».

a) Calculer les probabilités respectives de A, de B et de C.
b) Calculer les probabilités des événements contraires de A, de B et de C.
c) Exprimer par une phrase l'événement contraire de C.

Exercice 3 corrigé disponible

On joue avec un dé truqué à 6 faces. On lance une fois ce dé. On sait que :

- la probabilité d'obtenir 1,2,3,4 ou 5 est la même.
- la probabilité d'obtenir un 6 est égale à $\frac{1}{2}$.

1) Soit A l'événement : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 ». Calculer p(A).
2) Soit B l'événement : « obtenir 1 ». Déterminer p(B).
3) Soit C l'événement : « obtenir un nombre pair ». Déterminer p(C).
   En déduire la probabilité d'obtenir un nombre impair.

Exercice 4 corrigé disponible

Une urne contient 100 boules numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard.
On considère les événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est pair » ;
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 5 » ;
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 10 » ;

1) Calculer les probabilités des événements A, B, C, $A \cap B$, $B \cap C$ et $A \cap \overline{C}$.
2) En déduire la probabilité des événements $A \cup B$ et $A \cup \overline{C}$.

Que peut-on dire de l'événement $A \cup \overline{C}$?

Exercice 5 corrigé disponible

Un dé à 20 faces possède quatre faces numérotées « 1 », six faces numérotées « 2 », deux faces « 3 », trois faces « 4 », et cinq faces « 5 ».
On lance une fois ce dé on s'intéresse au nombre obtenu.
On note A l'événement « obtenir un chiffre pair » et B l'événement « obtenir un chiffre supérieur strictement à 3 ».

1. Calculer $p(A)$ et $p(B)$.
2. Expliciter, à l'aide d'une phrase en français, les évènements suivants :
$$A\cap B,\quad A\cup B,\quad \overline{A},\quad \overline{B},\quad \overline{A\cap B},\quad \overline{A\cup B}$$
3. Calculer les probabilités des évènements de la question précédente.

Exercice 6 corrigé disponible

Un club propose deux types d'activité : le sport en compétition et le sport en loisir.
Des tarifs différents sont proposés selon que l'on est adulte (plus de 18 ans) ou jeune.
Le nombre d'adhérents du club est 900 et on sait que :

- 567 ont choisi le sport-loisir et parmi eux 234 sont adultes.
- 270 jeunes ont choisi la compétition.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	Sport-loisir	Compétition	Total
Adultes			
Jeunes			
Total			900

2. On choisit un adhérent du club et on appelle C l'évènement : « L'adhérent a choisi la compétition » et A l'évènement : « L'adhérent est un adulte ».
   a) Quel est l'univers de cette expérience ?
   b) Calculer les probabilités des évènements A et C.
   c) Décrire par une phrase les évènements suivants : $\overline{A}$, $A \cap C$, $A \cup C$.
   d) Calculer la probabilité de chacun des évènements de la question précédente.
3. On choisit un adhérent parmi les adultes. Quelle est la probabilité p_1 qu'il ait choisi la compétition ?
4. On choisit un adhérent parmi ceux qui ont choisi la compétition. Quelle est la probabilité p_2 qu'il s'agisse d'un adulte ?

Exercice 7 corrigé disponible

Un sac contient cinq jetons :
- un portant le numéro 3 ;
- deux portant le numéro 2 ;
- deux portant le numéro 1.

On tire un jeton puis un deuxième jeton sans remettre le premier jeton dans le sac. On fait alors la somme des numéros obtenus.
Un résultat est un couple dont le premier élément est le numéro du jeton tiré lors du premier tirage et le second, le numéro du jeton tiré lors du second tirage, par exemple (3 ; 2).

1. Modéliser cette expérience par un arbre. Combien l'univers comporte-t-il d'éventualités ?
2. En déduire la probabilité de chacun des évènements suivants :

   A : « Obtenir deux jetons dont les numéros sont identiques » ;
   B : « Obtenir deux jetons dont les numéros sont différents » ;
   C : « Obtenir un total de 4 points avec les deux jetons » ;
   D : « Obtenir au moins 4 points avec les deux jetons ».

Exercice 8 corrigé disponible

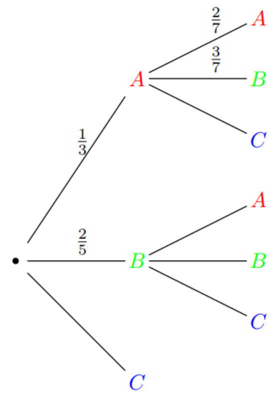
Une entreprise fabrique des articles en grande quantité qui nécessitent deux composants notés a et b.
Les articles peuvent être défectueux en raison de la défaillance d'un des deux composants ou des deux composants.
Les résultats obtenus lors des contrôles effectués avant la mise en vente des articles ont permis d'établir que 88 % des articles fabriqués ne sont pas défectueux, 8 % des articles ont un composant a défectueux et 7 % des articles ont un composant b défectueux.
On choisit au hasard un des articles fabriqués pour le contrôler. On note A l'évènement : « le composant a est défectueux » et B l'évènement : « le composant b est défectueux ».

1. Traduire par une phrase l'évènement $A \cup B$. Donner la probabilité de l'évènement $A \cup B$.
2. Montrer que la probabilité que les deux composants sont défectueux est égale à 0,03.
3. Calculer la probabilité que sur cet article il n'y a que le composant a qui soit défectueux.

Exercice 9 corrigé disponible

Une urne contient 15 jetons : 5 sur lesquels est écrit la lettre A, 6 sur lesquels est écrit la lettre B et 4 sur lesquels est écrit la lettre C. On tire au hasard un jeton de l'urne puis, sans le remettre dans l'urne, on en tire un second. Un résultat de l'expérience est un « mot » de deux lettres (par exemple BA).

1. On modélise l'expérience à l'aide de l'arbre pondéré ci-dessous :



Recopier et compléter cet arbre.

2. Calculer la probabilité des évènements suivants :

   E : « On obtient deux lettres identiques. »
   F : « On obtient au moins une fois la lettre B. »
   G : « On obtient deux consonnes. »

Exercice 10 corrigé disponible

Une urne contient deux boules bleues B_1 et B_2 et trois boules jaunes J_1, J_2 et J_3., toutes indiscernables au toucher. On prend au hasard une boule, on note de quelle boule il s'agit, on la remet dans l'urne et on recommence une deuxième fois.

1) Déterminer la probabilité des événements suivants :
   a. A : « la première boule tirée est bleue et la deuxième est jaune ».
   b. B : « les boules tirées sont de couleurs différentes. »
   c. C : « les boules portent le même numéro »
2) Calculer la probabilité de l'événement $B \cap C$.
3) Calculer la probabilité de l'événement $B \cup C$.

Exercice 11 corrigé disponible

Une entreprise fabrique du matériel en très grande série. Ce matériel peut représenter deux types de défauts, notés A et B. Dans un lot de 1000 appareils fabriqués, on a observé que 80 appareils présentaient le défaut A, 110 présentaient le défaut B et 30 présentaient les deux défauts. *Les résultats seront donnés de manière exacte.*

1) Compléter le tableau suivant :

	Défaut A	Pas le défaut A	Total
Défaut B			
Pas le défaut B			
Total			1000

2) On choisit au hasard un appareil parmi les 1000.
   a. Quelle est la probabilité qu'il ait uniquement le défaut A ?
   b. Quelle est la probabilité qu'il n'ait aucun défaut ?

3) On tire au hasard un appareil parmi les 1000 et on observe qu'il présente le défaut A. Quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut B ?

4) On tire au hasard un appareil parmi les 1000 et on observe qu'il ne présente pas le défaut A. Quelle est la probabilité qu'il ne présente pas non plus le défaut B ?

Exercice 12 corrigé disponible

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

1. Quelle est la probabilité de tirer un trèfle ?
2. Quelle est la probabilité de tirer une carte noire ?
3. Quelle est la probabilité de ne pas tirer un carreau ?
4. Quelle est la probabilité de tirer une figure (roi, dame ou valet) ?
5. Quelle est la probabilité de tirer un as ?
6. Quelle est la probabilité de ne pas tirer un valet noir ?

Exercice 13 corrigé disponible

Un magasin d'habillement vend des vêtements pour hommes et pour femmes.
Une étude statistique sur la fréquentation du magasin a permis d'établir que :

— 42 % des personnes qui entrent dans ce magasin ressortent du magasin sans rien acheter.

— 40 % des personnes qui entrent dans ce magasin ont acheté au moins un vêtement pour femme.

— 30 % des personnes qui entrent dans ce magasin ont acheté au moins un vêtement pour homme.

Une personne entre dans le magasin.

— On note A l'évènement : « la personne achète au moins un vêtement »

— On note F l'évènement : « la personne achète au moins un vêtement pour femme »

— On note H l'évènement : « la personne achète au moins un vêtement pour homme »

1. Calculer la probabilité que cette personne achète au moins un vêtement.
2. Calculer la probabilité que cette personne a acheté des vêtements pour homme et des vêtements pour femme.
3. Calculer la probabilité que cette personne n'a acheté que des vêtements pour homme.

Exercice 14 corrigé disponible

Une étude sur réalisée sur l'ensemble des 2 700 salariés d'une entreprise a permis d'établir les résultats suivants :

— 216 salariés ont entre 15 et 24 ans, 62 % des salariés ont entre 25 et 49 ans et 810 salariés ont plus de 50 ans.

— 2 025 salariés ont un emploi à durée indéterminée.

— 4 % des salariés ayant un emploi à durée indéterminée ont entre 15 et 24 ans et 64 % des salariés ayant un emploi à durée indéterminée ont entre 25 et 49 ans.

1. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la répartition des effectifs selon l'âge et le type de contrat :

	15-24 ans	25-49 ans	Plus de 50 ans	Total
Emplois à durée indéterminée				2 025
Autres catégories				
Total	216		810	2 700

2. On choisit la fiche de paye d'un salarié de cette entreprise. On admet que chacune de ces fiches possède la même probabilité d'être choisie.
   On considère les évènements suivants :
   — J « La fiche choisie est celle d'un salarié ayant entre 15 et 24 ans » ;
   — M « La fiche choisie est celle d'un salarié ayant entre 25 et 49 ans » ;
   — S « La fiche choisie est celle d'un salarié ayant plus de 50 ans » ;
   — D « La fiche choisie est celle d'un salarié ayant un emploi à durée indéterminée ».
   a) Définir par une phrase l'évènement $S \cap D$ puis calculer sa probabilité.
   b) Calculer la probabilité de l'évènement « La fiche choisie est celle d'un salarié ayant entre 25 et 49 ans ou ayant un emploi à durée indéterminée ».
3. On établit la fiche de paye d'un salarié ayant entre 15 et 24 ans.
   Calculer la probabilité que la fiche soit celle d'un salarié n'ayant pas un emploi à durée indéterminée.

Exercice 15 corrigé disponible

Voici les résultats d'un sondage effectué en 1999 auprès de 2 000 personnes, à propos d'Internet :

- 40% des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet,
- 35% des personnes interrogées ont moins de 30 ans et, parmi celles-ci, quatre cinquièmes déclarent être intéressées par Internet,
- 30% des personnes interrogées ont plus de 60 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	intéressées par Internet	non intéressées par internet	**total**
moins de 30 ans			
de 30 à 60 ans			
plus de 60 ans			
total			**2 000**

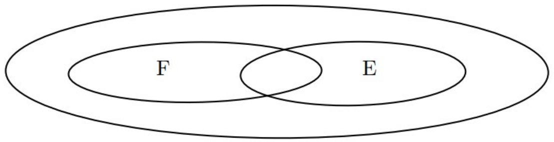
2. On choisit au hasard une personne parmi les 2 000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements :
   A : « *la personne interrogée a moins de 30 ans* »,
   B : « *la personne interrogée est intéressée par Internet* ».
   (a) Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
   (b) Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$ puis calculer $P(\overline{A})$.
   (c) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$. En déduire $P(A \cup B)$.
3. On sait maintenant que la personne interrogée est intéressée par Internet.
   Quelle est la probabilité qu'elle ait plus de 30 ans ?

Exercice 16 corrigé disponible

Une campagne de prévention routière s'intéresse aux défauts constatés sur le freinage et sur l'éclairage de 400 véhicules :

- 60 des 400 véhicules présentent un défaut de freinage.
- 140 des 400 véhicules présentent un défaut d'éclairage.
- 45 véhicules présentent à la fois un défaut de freinage et un défaut d'éclairage.

1. Recopier puis compléter le diagramme de Venn ci-dessous avec des nombres pour représenter la situation.



2. On choisit un véhicule au hasard parmi ceux qui ont été examinés. Quelle est la probabilité que :
   (a) le véhicule présente un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage ?
   (b) le véhicule présente un défaut d'éclairage mais pas de défaut de freinage ?
   (c) le véhicule ne présente aucun des deux défauts ?
   (d) le véhicule présente au moins un des deux défauts ?