

IV - Signe d'un polynôme du

Etudier le signe d'un polynôme du second degré signifie : donner le signe de $ax^2 + bx + c$ en fonction de x .

Méthode : On calcule d'abord le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.
En suis alors 3 cas :

1^{er} cas : Si $\Delta > 0$.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	sgn de a	ϕ sgn de $-a$	ϕ sgn de a	

2^{ème} cas : Si $\Delta = 0$.

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	sgn de a	ϕ sgn de a	

3^{ème} cas : Si $\Delta < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	sgn de a	sgn de a

Exemple : Etudier le signe de $5x^2 + 7x - 12$.

$$\Delta = 7^2 - 4 \times 5 \times (-12)$$

$$\Delta = 289 > 0.$$

$$x_1 = \frac{-7 - \sqrt{289}}{2 \times 5}$$

$$x_2 = \frac{-7 + \sqrt{289}}{2 \times 5}$$

$$x_1 = -\frac{12}{5}$$

$$x_2 = 1$$

x	$-\infty$	$-\frac{12}{5}$	1	$+\infty$
$5x^2 + 7x - 12$	+	ϕ	-	+

Application : Résolution des inéquation du second degré.

Une inéquation du second degré est une inéquation du style

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$> 0$$

$$\leq 0$$

$$< 0$$

$$5x^2 + 7x - 12 \geq 0.$$

$$S =]-\infty; -\frac{12}{5}] \cup [1; +\infty[$$

Résoudre les inéquations suivantes :

$$1) 3x^2 + 5x - 8 < 0$$

$$2) -4x^2 - 2x < -6$$

$$3) 5x^2 + 4x + 16 > 0.$$

$$1) 3x^2 + 5x - 8 < 0$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 3 \times (-8)$$

$$\Delta = 121 > 0$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{121}}{2 \times 3} = 1$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{121}}{2 \times 3} = -\frac{8}{3}$$

x	$-\infty$	$-\frac{8}{3}$	1	$+\infty$
	+	ϕ	-	+

$$S =]-\frac{8}{3}; 1[$$

$$2) -4x^2 - 2x < -6$$

$$-4x^2 - 2x + 6 < 0$$

$$\Delta = 100$$

$$x_1 = -\frac{3}{2} = -1,5$$

$$x_2 = 1$$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	1	$+\infty$
$f(x)$	-	ϕ	+	-

$$S =]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [1; +\infty[$$

$$3) 5x^2 + 4x + 16 > 0$$

Calculons le discriminant Δ :

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 4^2 - 4 \times 5 \times 16 \\ &= 16 - 320 \\ &= -304 \end{aligned}$$

Comme le discriminant est négatif, le tableau de

signes aura pour signe le
signe de a

$$\frac{x-0}{x+0} = \frac{x}{x}$$

$$y = 1R$$

factoriser.

Expression développée	Expression factorisée
$ab + ac$	$a(b+c)$
$ac+ad+bc+bd$	$(a+b)(c+d)$
$a^2+2ab+b^2$	$(a+b)^2$
$a^2-2ab+b^2$	$(a-b)^2$
a^2-b^2	$(a-b)(a+b)$

somme

produits
développer.

$$a^3 = a^2 \times a^1$$

Développer l'expression suivante: $(2x+3)^2 = (2x+3) \times (2x+3)$

$$= (2x+3)(4x^2+12x+9)$$

$$= 8x^3+24x^2+18x+12x^2+36x+27$$

$$= 8x^3+36x^2+54x+27$$

$$(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$= 4x^2 - 12x + 9$$

Application: Factoriser les expressions suivantes.

$$A = 2x^2 + x$$

$$B = (2x+3)(x-1) - (2x+3)(2x+7)$$

$$C = (x+2)(x+4) + (2x+1)(5x-8)$$

$$D = 64x^2 - 25$$

$$A = 2x^2 + x$$

$$A = x(2x+1)$$

$$B = (2x+3)(x-1) - (2x+3)(2x+7)$$

$$B = (2x+3)(x-1-(2x+7))$$

$$B = (2x+3)(x-1-2x-7)$$

$$B = (2x+3)(-x-8)$$

$$C = (4x+2)(x+4) + (2x+1)(5x-8)$$

$$= 2(2x+1)(x+4) + (2x+1)(5x-8)$$

$$= (2x+1)(2(x+4) + (5x-8))$$

$$= (2x+1)(2x+8+5x-8)$$

$$= (2x+1)(7x)$$

$$D = 64x^2 - 25$$

$$D = (8x)^2 - 5^2$$

$$D = (8x-5)(8x+5)$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

M.O.I.

$$A = (2x-1)^2 + (x+1)^2$$

$$A = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 + x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$$

$$A = 4x^2 - 4x + 1 + x^2 + 2x + 1$$

$$A = 5x^2 - 2x + 2$$

$$B = 2(1-x)(2x+7)$$

$$B = 2x(2x+7-2x^2-7x)$$

$$B = 2x(-2x^2-5x+7)$$

$$B = -4x^3 - 10x^2 + 14x$$

$$C = x+2(x-5) + 8(3-2x)$$

$$C = x+2x-10+24-16x$$

$$C = -13x + 14$$

$$D = (x-1)(x+2) - (2x+5)^2$$

$$D = x^2+2x-x-2 - (4x^2+20x+25)$$

$$D = x^2+x-2-4x^2-20x-25$$

$$D = -3x^2-19x-27$$

Ex 23: a) Cette fonction semble bien avoir un maximum en $x = -1,5$.

b) f semble croissante sur $[-5; -1,5]$

f semble décroissante sur $[-1,5; 2]$.

x	-5	-1,5	2
Valeur de f		6,3	

c) On semble que coupe l'axe des abscisses en 2 points.
 $A(-4; 0)$ et $B(1; 0)$.

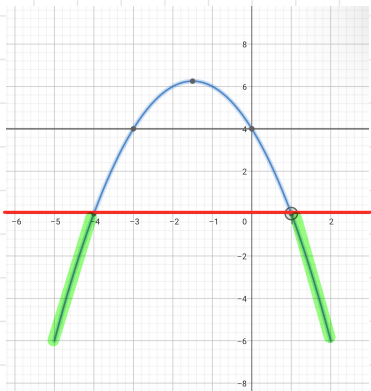
d) On coupe l'axe des ordonnées (Oy) .
 $C(0; 4)$

$$e) f(x) = 4 \quad \mathcal{Y} = \{-3; 0\}$$

$$f(x) \geq 4 \quad \mathcal{Y} = [-3; 0]$$

$$f(x) = 0 \quad \mathcal{Y} = \{-4; 1\}$$

$$f(x) < 0$$



$$\mathcal{Y} = [5; -4[0]1; 2]$$

$$\begin{aligned} 2) f(x) &= (x-1)(x-2) - 2x^2 + 2 = (x-1)(x-2) + 2(-x^2+1) \\ &= x^2 - 2x - x + 2 - 2x^2 + 2 = (x-1)(x-2) + 2(1-x^2) \\ &= -x^2 - 3x + 4 \quad a = -1 = (x-1)(x-2) + 2(1-x)(1+x) \end{aligned}$$

$$b = -3$$

$$c = 4$$

$$\frac{f(x+3)}{1x(x+3)} = \frac{1}{2x+3}$$

$$\frac{2}{5} \text{ BB} \leftarrow \text{Jac Blau}$$

$$\frac{2}{5} \text{ BR} \leftarrow \text{JB}$$

$$\frac{2}{5} \text{ JR} \leftarrow \text{Jac Fouge}$$