

jeudi 22 août 2024.

Déterminez la forme canonique de la fonction  $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ .  
 $a=2$   $b=-3$   $c=-1$ .

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

$$\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}{4 \times 2} = -\frac{9+8}{8}$$

$$\beta = -\frac{17}{8}$$

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$f(x) = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{17}{8}$$

### III - Equation du second degré.

Une équation est du second degré si et seulement si elle peut se mettre sous la forme :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1°) On calcule le discriminant :  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

2°) Si  $\Delta < 0$ , l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  n'a pas de solution réelles.

Si  $\Delta = 0$ , l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  admet une solution unique ;  
 $x_0 = \frac{-b}{2a}$

Si  $\Delta > 0$ , l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  admet deux solutions distinctes.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ou } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$a=3 \quad b=5 \quad c=-22$$

Exemple :  $3x^2 + 5x - 22 = 0$ .  
On calcule le discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$   
 $\Delta = 5^2 - 4 \times 3 \times (-22)$   
 $\Delta = 289 > 0$ .

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{289}}{2 \times 3} = -\frac{11}{3}$$

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{289}}{2 \times 3} = 2$$

$$S = \left\{ -\frac{11}{3}; 2 \right\}$$

Application : Résoudre les équations suivantes :

1)  $x^2 - x - 6 = 0$

3)  $x^2 + x - 1 = 0$

2)  $2x^2 + 12x + 18 = 0$

4)  $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

1)  $x^2 - x - 6 = 0$  |  $a=1$   $b=-1$   $c=-6$   
Calculons le discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)$$

$$= 25$$

$$\Delta > 0$$

Donc l'équation possède 2 solutions :

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$A.N. \quad \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -2$$

Les solutions sont  $S = \{3; -2\}$

2) On calcule le discriminant

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$a=2 \quad b=12 \quad c=18$$

$$\Delta = 12^2 - 4 \times 2 \times 18$$

$$\Delta = 0$$

Il y a 1 solution

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2 \times 2} = -\frac{12}{4} = \boxed{-3}$$

3.  $x^2 + x - 1 = 0$  Calculons le discriminant tel que  $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1)$$

$$\Delta = 1 - 4 \times (-1)$$

$$\Delta = 1 - (-4)$$

$$\Delta = 5$$

Comme le discriminant indique 5, donc il y aura deux solutions telles que :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2 \times 1} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2 \times 1} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} ; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$

4)  $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (3\sqrt{2})^2 - 4 \times 1 \times 4$$

$$= 18 - 16$$

$$= 2 > 0$$

$$x_1 = \frac{-3\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$$

Relation entre les racines :

Quelque  $\Delta > 0$ , il existe une relation intéressante entre les racines  $x_1$  et  $x_2$  : Soit l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$ .

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \quad x + y = 5$$

Exemple :  $2x^2 + 4x - 6 = 0$   $a = 2$

racine évidente  $x_1 = 1$   $b = 4$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad c = -6$$

$$1 \times x_2 = -3$$

$$x_2 = -3$$