plus de bonnes notes
le soutien scolaire connecté

Mardi 20 août 2024.

Fonctions.

I- Fonction - définition.

1) Une fonction est une application mathématique qui associe à un nombre x un unique nombre $y = f(x)$.

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & y = f(x) \end{array}$$

x : antécédent $\qquad y = f(x)$: image (unique).

Exemple : $f(x) = 2x$

$x \longmapsto 2x$

$2 \longmapsto 2\times 2 = 4$.

$3 \longmapsto 2\times 3 = 6$.

$-2 \longmapsto 2\times(-2) = -4$.

2) Ensemble de définition.

L'ensemble de définition correspond à toutes les valeurs que x peut prendre.

Ex : 1) $f(x) = 3x+2$ ici $x \in \mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$.

2) $f(x) = \frac{1}{x}$ ici $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$x \in \mathbb{R}^*$

$x \in]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$.

3) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ $\quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lorsqu'une fonction est définie par un quotient, le dénominateur ne doit jamais s'annuler :

1) On résout l'équation "dénominateur $= 0$",

2) On prive $\mathbb{R}$ de toutes les solutions de l'équation précédente.

Application : $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$. Déterminez l'ensemble de définition de f.

1) $x^2 - 4 = 0$.

$x^2 - 2^2 = 0$. $\qquad a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

$(x-2)(x+2) = 0$. $\qquad A\times B = 0$.

$x-2=0$ ou $x+2=0$. $\qquad A=0$ ou $B=0$.

$x=2$ ou $x=-2$.

2) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2 ; -2\}$

Soit f une fonction définie par

$$f(x) = \frac{2x+4}{(2x+3)(x+7)-(2x+3)(2x-3)}$$

$ax+ax c = a\times(b+c)$.

1°) On résout $(2x+3)(x+7) - (2x+3)(2x-3) = 0$.

$(2x+3)\left[x+7-(2x-3)\right] = 0$.

$(2x+3)(x+7-2x+3) = 0$.

$(2x+3)(-x+10) = 0$.

$2x+3=0$ ou $-x+10 = 0$.

$2x = -3$

$x = \frac{-3}{2}$ ou $-x = -10$.

$x = -1{,}5$ ou $x = 10$.

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1{,}5 ; 10\}$.

$f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ $\qquad D_f = \mathbb{R}$.

Attention, lorsqu'il y a une racine carrée, l'ensemble de définition peut être réduit.

Ex : $f(x) = \sqrt{x+2}$

1°) On écrit l'inéquation qui correspond à : "ce qu'il y a dans la racine doit être positif."

2°) On résout l'inéquation. Les solutions de l'inéquation seront exactement l'ensemble de définition.

$x+2 \geq 0$.

$x \geq -2$

$D_f = [-2 ; +\infty[$.

II- Fonctions du second degré.

Définition : f est une fonction du second degré si et seulement si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$, forme développée.
$a \neq 0$

Ex : $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$

$a = 3 \quad b = 2 \quad c = -1$.

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2\times 3} = -\frac{1}{3}$. $\qquad \beta = -\frac{2^2-4\times 3\times(-1)}{4\times 3}$

$\beta = -\frac{4\times 4}{4\times 3} = -\frac{4}{3}$.

forme canonique :

$f(x) = ax^2+bx+c$

$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$.

$\alpha = \frac{-b}{2a} \qquad \beta = -\frac{b^2-4ac}{4a}$

$$f(x) = \underbrace{3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}}$$

$= 3x^2 + 2x - 1$

plus de bonnes notes
le soutien scolaire connecté

$f(x) = 5x^2 - 3x + 1$. Déterminez la forme canonique.

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2\times 5} = \frac{3}{10}$.

$\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4\times a} = -\frac{(-3)^2 - 4\times 5\times 1}{4\times 5} = -\frac{9-20}{20}$.

$= \frac{11}{20}$.

$f(x) = 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{11}{20}$.